ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.
Ein Beitrag zur Verbesserung achromatischer Objective;

von

I. I. Littrow.

Bekanntlich hatte *Newton* aus einem unvollkommenen Versuche, den er Opt. Lib. I. P. II. erzählt, den Schluſs gezogen, daſs bei jedem Paare von brechenden Mitteln die Farbenzerstreuungen sich wie die um die Einheit verminderten Brechungen dieser Mittel verhalten. Behält man hier und im Folgenden die Bezeichnungen des Aufsatzes dieser Zeitschrift, Vol. III. Seite 129, bei, so wird der eben erwähnte Schluſs durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$\frac{dn}{dn'} = \frac{n-1}{n'-1}.$$

Wird diese Gleichung als wahr angenommen, so folgt daraus unmittelbar die Unmöglichkeit aller achromatischen Refractoren, aus welchem Grunde auch *Newton* diese Gattung von Fernröhren verlieſs, und sich fortan bloſs mit der Verbesserung der Reflectoren, oder der Spiegeltelescope beschäftigte. In der That, nennt man B' die Brennweite des Doppelobjectivs, und setzt der Kürze wegen $\varpi = \frac{dn}{dn'}$ und $P = \frac{(n'-1)\varpi}{n-1}$, so erhält man, wenn man die Dicke der Linsen vernachlässi-

get, für jedes achromatische Fernrohr (a. O. Seite 145)

$$B' = \frac{1}{1 - P},$$

oder die Länge jedes achromatischen Fernrohrs müſste unendlich groſs seyn, da nach *Newton's* oben angeführtem Satze $P = 1$ ist.

Ist aber jene erste von dem groſsen Britten aufgestellte Gleichung nicht richtig, wie sie denn längst schon als unrichtig anerkannt ist, so zeigt dieselbe letzte Gleichung

$$B' = \frac{1}{1 - P},$$

daſs die Länge eines achromatischen Fernrohres desto kleiner wird, je kleiner die Gröſse P ist, die bekanntlich für alle bisher untersuchte diaphane Körper als ein eigentlicher Bruch sich darstellt.

Aus der oben gegebenen Bezeichnung dieser Gröſse P folgt daher, daſs unsere achromatischen Fernröhre im Allgemeinen durch folgende vier Mittel einer Verkürzung fähig sind.

1. Wenn man die Brechbarkeit des Kronglases vermehrt.
2. Wenn man die Brechbarkeit des Flintglases vermindert.
3. Wenn man die Farbenzerstreuung des Kronglases vermindert, und
4. wenn man die Farbenzerstreuung des Flintglases vermehrt.

Wirken zwei oder mehrere dieser Bedingungen zu demselben Zwecke zusammen, so wird die dadurch erzeugte Verkürzung des Fernrohres desto beträchtlicher.

Um aber besser zu übersehen, in welchem Grade diese Verminderung der Länge des Rohres durch die angezeigten Mittel Statt hat, wollen wir eine biconvexe

Linse von Kronglas annehmen, deren Brennweite z. B. gleich zwei Fuſs seyn soll, und für die man $n = 1.53$ hat. Verbinden wir sie mit mehreren biconcaven Linsen von Flintglas, für welche alle $n' = 1.58$ ist, während die Farbenzerstreuungen derselben verschieden sind. Dieses vorausgesetzt, hat man die Farbenzerstreuung dn der Kronglaslinse als Einheit angenommen:

Farbenzerstreuung der Linse von Flintglas.		Länge des achrom. Fernrohres.
$dn' = \frac{10}{8} = 1.25$	. . .	16.05 Fuſs,
$\frac{10}{7} = 1.43$	. . .	8.54
$\frac{10}{6} = 1.67$	. . .	5.82
$\frac{10}{5} = 2.00$	. . .	4.42
$\frac{10}{4} = 2.50$	. . .	3.55
$\frac{10}{3} = 3.33$	. . .	2.98
$\frac{10}{2} = 5.00$	. . .	2.56 u. s. w.,

also z. B. die Länge des Fernrohres in dem letzten Falle noch nicht der sechste Theil von jener des ersten Falles, bloſs weil hier die Farbenzerstreuung fünf Mal grösser ist, als dort. Hätten wir kein anderes Flintglas, als ein solches, dessen Zerstreuung $dn' = \frac{10}{9}$ ist, so würden wir mit der oben angenommenen Linse von Kronglas das Fernrohr nur bei einer Länge von 132 Fuſs achromatisch machen können, und für $dn' = \frac{100}{91}$ würde diese Länge 477 Fuſs betragen u. f., was alles deutlich genug zeigt, wie sehr das oben in Nro. 4 erwähnte Mittel zur Verkürzung der Fernröhre beiträgt, und ähnliche Bemerkungen gelten auch von den drei übrigen.

Man würde also ohne Zweifel in Beziehung auf die so wünschenswerthe Verkürzung der Fernröhre sehr viel gewinnen, wenn man zwei Glasarten fände, für welche die Differenz der Brechungen oder die der Farbenzerstreuungen bedeutend gröſser wäre, als sie bei

unserem bisher bekannten Kron- und Flintglase zu seyn pflegt.

Diese letzte Differenz ist in der That so klein, daſs eben wegen ihrer geringen Gröſse alle practische Ausführung achromatischer Fernröhre bald ganz unterblieben wäre. *Dollond* fing, von *Euler* aufgeregt, seine hieher gehörenden und den Achromatismus der Fernröhre begründenden Versuche in dem Jahre 1747 an, aber er fand diejenigen Glasarten, welche ihm unter die Hände kamen, in Beziehung auf ihre Farbenzerstreuungen so wenig verschieden, daſs er alle Hoffnung aufgab, dadurch den Fernröhren eine wesentliche Verbesserung zu verschaffen, und nachdem er noch einige Zeit sich mit der Untersuchung der Brechung und Zerstreuung flüssiger Körper beschäftiget hatte, lieſs er die ganze Sache, als unwesentlich, liegen, bis er endlich im Jahre 1757, also zehn Jahre nach seinen ersten Versuchen, durch Zufall ein Stück Krystall- oder Flintglas von einer etwas gröſseren Zerstreuung erhielt, wodurch seine früheren Erwartungen wieder erweckt und bekanntlich auch endlich mit dem glücklichsten Erfolge gekrönt wurden. Und selbst als dieser Erfolg schon durch Thatsachen bestätiget war, als das erste von *Dollond* verfertigte achromatische Fernrohr, der k. Academie in London vorgelegt, die Bewunderung der ganzen gebildeten Welt in Anspruch genommen hatte, selbst da konnte der groſse *Euler*, der immer, nach der Analogie des Auges, auf mit Flüssigkeiten gefüllte Objective drang, welche die Farben viel mehr zerstreuen, sich nicht überzeugen, daſs *Dollond* diese Wirkung bloſs durch den Unterschied der so äuſserst geringen Zerstreuungen der verschiedenen Glasarten hervorgebracht habe, und er schob den glücklichen Erfolg, den er nicht weiter abläugnen konnte, auf ein zufälliges Treffen der Krüm-

mungen der Linsen, und stellte daher sogar die Meinung auf (*Mém de l'Acad. de Berlin*, 1762), daſs *Dollond*, von einem ähnlichen glücklichen Ohngefähr begünstiget, dieselbe Wirkung erreicht haben würde, wenn er auch seine Linsen alle von einer und derselben Glasart genommen hätte, da doch die bisher bekannten Glasarten in dieser Beziehung viel zu wenig verschieden wären, um darauf so groſse und wichtige Erfolge gründen zu können. Zwei volle Jahre hielt er diese sonderbare Meinung fest, während *Dollond*, der sich früher in einen ungleichen Kampf mit seinem groſsen mathematischen Gegner eingelassen hatte, sie durch Thatsachen, durch neue, noch bessere achromatische Fernröhre widerlegte, bis endlich *Euler* am 30. Jänner 1764 ein Schreiben des Professors *Zeiher* in Petersburg erhielt, in welchem ihm der letztere berichtet, daſs er durch bloſse Vermehrung des Zusatzes von Blei Glasstücke erhalten habe, welche die Farben gegen fünf Mal mehr zerstreuen, als das gemeine Glas, ohne die Brechung desselben bedeutend zu vermehren, und daſs im Gegentheile Zusätze von kalischen Salzen die Brechbarkeit des Glases sehr vermindern, ohne die Farbenzerstreuung merkbar zu ändern. (*Mém. de Berlin*, 1766.) Von diesem Augenblicke entsagte *Euler* der Ansicht, daſs die Zerstreuung jedes Körpers von seiner Brechung abhängig, und daſs die Unterschiede der Zerstreuungen bei den verschiedenen Glasarten nicht hinlänglich sey, die Farbenlosigkeit der Fernröhre zu bewirken, und fortan erschienen nun von ihm jene zahlreichen und trefflichen Aufsätze, durch welche er die Theorie dieser Instrumente in einem so hohen Grade zu befördern wuſste.

Also früher glaubte man, daſs die Gröſse $\varpi = \frac{dn}{dn'}$ bei allen Glasarten sehr nahe gleich der Einheit sey,

und so lange dieser Glaube herrschte, war für die Farbenlosigkeit der Fernröhre nichts zu hoffen. *Dollond* fand der erste, dafs es auch Glas gibt, für welches der Werth von ϖ, in Beziehung auf das gemeine Tafel- oder Kronglas, gleich 0.6, und selbst gleich 0.5 ist, und dadurch wurde die Bahn zur Vervollkommnung dieser Instrumente gebrochen, und gleich anfangs ein grofser Schritt zur Erreichung des hohen und wichtigen Zweckes gemacht. Aber seit diesem ersten Schritte, was ist seitdem geschehen, um auf der einmal geöffneten Bahn noch weiter zum Ziele vorzudringen? Hat irgend ein Chemiker, oder irgend ein Glasschmelzer seitdem noch andere Glasarten erzeugt, für welche der Werth von ϖ gleich 0.3 oder 0.2 ist, und deren wir so sehr bedürfen, wenn wir anders nicht stehen bleiben sollen, wo unsere Vorgänger schon vor sechzig Jahren gestanden sind? Sollte es denn in der That so ungemein schwer, und, wie man wohl sagt, beinahe unmöglich seyn, noch eine Art von Glas zu erhalten, welche die Farben entweder viel weniger, als unser Kronglas, oder auch, was zu demselben Ziele führt, viel mehr als unser bisheriges Flintglas zerstreute? Dürfte man nicht von ehrenvollen, an alle Chemiker und Hüttenmeister ausgesetzten Preisen einen glücklichen Erfolg erwarten, da dieser Gegenstand nicht *a priori* oder durch Theorie, sondern nur auf dem Wege der Erfahrung und durch vielfältige Versuche gefördert werden kann, Versuche, zu welchen auf Glashütten, selbst ohne einem nur für diesen ausschliefsenden Zweck bestimmten Aufwande, beinahe jeder Tag Gelegenheit darbietet, da jedes erhaltene Glas, wenn es der optischen Absicht nicht entsprechend gefunden wird, doch immer wieder zu den anderen Zwecken verwendet werden kann.

Man kennt den Einwurf, welchen man diesen Fra-

gen, statt sie durch Thatsachen zu beantworten, entgegen zu setzen pflegt. Ihr wollt, heifst es, nicht blofs ein Glas von einer bestimmten Zerstreuung, ihr wollt auch zugleich *sehr grofse* und von allen Blasen, Streifen und Wellen freie Stücke eines solchen Glases, ohne die Schwierigkeiten zu kennen, welche sich dieser *doppelten* Forderung entgegen stellen. — Da es allerdings billig ist, bei so complicirten, so oft schon mifslungenen und von einem günstigen Zufalle so abhängigen Versuchen nicht mehr zu verlangen, als man in der That und unumgänglich braucht, so mag es zweckmäfsig seyn, dafs die Theorie der Ausführung auf halbem Wege hülfreich entgegen komme, und dafs, wenn es anders möglich ist, die eine dieser Forderungen von dem Rechner übernommen werde, um dafür die andere allein und dafür hoffentlich desto besser von dem ausübenden Künstler besorgen zu lassen.

Ich theile hier mit, was ich zu diesem Zwecke gesucht habe, mit dem Wunsche, es bald von unserem trefflichen *Plöfsl* durch die Ausführung bestätiget zu sehen.

Euler's vielfache theoretische Memoiren über die Vervollkommnung der Fernröhre, selbst mit Einschlufs seines gröfseren Werkes über die Optik, setzen durchaus die beiden Linsen des zusammengesetzten Objectives sehr nahe oder auch ganz unmittelbar an einander liegend voraus. Dasselbe mufs von den Arbeiten *Clairaut's*, *D'Alembert's* u. a. gesagt werden, und die vorzüglichste Ursache, welche diese Männer auf jene Annahme geleitet haben, mufs wohl in der Vereinfachung der Berechnung gesucht werden, welche sie dadurch erreichen wollten. Seitdem blieb man auch gröfstentheils bei dieser Anordnung stehen, weil dieselbe Ursache auch auf ihre Nachfolger fortwirkte, und ich ge-

stehe, daſs dieses auch in meinem ersten optischen Aufsatze dieser Zeitschrift (III. Vol. II. Heft), gleichsam der althergebrachten Sitte gemäſs, geschehen ist, obschon bei der von mir vorgeschlagenen *indirecten* Berechnung eines Doppelobjectivs durch die Annahme unendlich nahe an einander liegender Linsen die Arbeit nur wenig oder um nichts erleichtert wird, während im Gegentheile die directe Auflösung des Problemes dadurch beträchtlich vereinfacht werden kann. Auch *Dollond*, der das Mittel, Farbenlosigkeit zu erzeugen, durch unmittelbares *Aufeinanderlegen* seiner Prismen gefunden hat, konnte sich gleichsam nicht von dieser ersten Ansicht trennen, und behielt diese Berührung der beiden Glasarten auch bei den Linsen seiner Objective bei, und die ihm nachfolgenden Optiker entfernten sich von dieser durch ihn gleichsam geheiligten Gewohnheit eben so wenig in der Ausführung, als es die Nachfolger *Euler's* in ihren theoretischen Untersuchungen gethan zu haben scheinen.

Ist aber diese alte Stellung der beiden Linsen des Objectives auch in der That die vortheilhafteste? Oder läſst sich durch die Trennung derselben nicht vielleicht ein anderer für diese Instrumente wichtiger Zweck erreichen?

Um diese Fragen zu beantworten, sey Δ die Entfernung der beiden Linsen, die Brennweite der ersten als Einheit vorausgesetzt, so hat man (a. a. O. Seite 139), wenn man die dort gegebene Gleichung VI. unserem Zwecke gemäſs entwickelt, und $d = d' = 0$ setzt, für die Vereinigungsweite der Centralstrahlen nach der vierten Brechung, von der letzten brechenden Fläche gezählt, in einem achromatischen Fernrohre

$$B' = \frac{(1 - \Delta)^2}{1 - P - \Delta},$$

wo P die vorige Bedeutung hat. Daraus findet man leicht, daſs die Länge dieses Fernrohres

$$L' = \frac{1 - \Delta(P + 1)}{1 - (P + \Delta)}$$

ist, während in der alten Stellung des Objectivs, wo sich die beiden Linsen sehr nahe berühren, die Länge des Fernrohres

$$L = \frac{1}{1 - P}$$

seyn würde. Dieses vorausgesetzt, welches ist der Werth von Δ, durch den sich, ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der Glasgattungen, die Länge des Fernrohres verkürzen läſst?

Da $L > L'$ seyn soll, so wird der gesuchte vortheilhafteste Werth von Δ derjenige seyn, welcher die Gröſse

$$L - L' = \frac{P^2 \Delta}{(1 - P)(P + \Delta - 1)} \quad \ldots \text{(I.)}$$

positiv und so groſs als möglich macht. Da aber die Werthe von B' und L', ihrer Natur nach, ebenfalls positiv seyn müssen, so hat man, wie aus den beiden ersten Gleichungen folgt, die Bedingungsgleichungen

$$\Delta < 1 - P \quad \text{und} \quad \Delta < \frac{1}{1 + P}.$$

Allein die erste dieser Bedingungsgleichungen, welche übrigens die zweite schon in sich schlieſst, steht in directem Widerspruche mit der Gleichung (I.), nach welcher $\Delta > 1 - P$ seyn muſs, damit $L - L'$ positiv werden kann. Daraus folgt, daſs es keinen Werth von Δ gibt, der das Fernrohr kürzer machen könnte, oder daſs es für $\Delta = 0$ am kürzesten ist, worin sich also die alte Anordnung des Objectivs zu ihrem Vortheile auszeichnet.

Diese Entdeckung, wenn sie eine solche genannt werden kann, that mir leid. Denn hätte ich die zweite Linse von Flintglas von der ersten bedeutend trennen,

und sie z. B. bis über die Mitte des Fernrohres führen können, so hätte ich zugleich den hier eigentlich gesuchten Zweck erreicht, viel *kleinere* Linsen von Flint anwenden zu können, während sie bisher, bei der alten Anordnung, mit der Linse von Kronglas von ganz gleicher Gröſse genommen werden muſste. Mit jener Verkleinerung der Flintlinse bis auf ihren halben oder selbst bis auf ihren vierten Theil wäre aber der oben erwähnten doppelten Forderung gröſstentheils abgeholfen, und der Ausübung auf halbem Wege entgegen gekommen gewesen; wir hätten Fernröhre erhalten, die, ohne in ihren übrigen Leistungen etwas zu verlieren, viel kürzer geworden wären, als die alten, und doch nur ganz kleine Linsen von Flintglas voraussetzten, von welchem, der allgemeinen Klage zu Folge, eben die gröſseren in der erforderlichen Reinheit so ungemein schwer zu verfertigen seyn sollen.

Ich muſste daher den ganzen Einfall, wie so viele Andere, als unfruchtbar zur Seite legen, und mich mit dem Spruche *Cicero's* an seinen *Atticus* trösten: *De eo, quod scribis, nihil est.* — Nach einiger Zeit wollte ich zusehen, ob es nicht wenigstens einige Werthe von Δ gebe, die, wenn sie schon einmal alle das Rohr verlängern müssen, es doch vielleicht nur unbedeutend oder nur so viel verlängern, daſs dadurch jene Verminderung der Flintlinse, die immer sehr wünschenswerth blieb, beträchtlich überwiegend würde.

Nimmt man also $\Delta = x(1 - P)$, so soll wenigstens die Gröſse

$$L' - L = \frac{P^2 x}{(1-P)(1-x)}$$

positiv und so klein als möglich werden. Für unsere bisher gebräuchlichen Glasarten ist aber P nahe 0.5 bis 0.7, also z. B. im letzten Falle

$$L' - L = \frac{1.63\,x}{1 - x},$$

woraus folgt, daſs x sehr klein, und daher Δ noch viel kleiner seyn muſs, damit die neue Länge des Fernrohres nicht zu groſs werde, so daſs also auch von dieser Seite nichts von der vorgeschlagenen Entfernung der Linsen gewonnen wird, und daſs es daher immer am vortheilhaftesten bleibt, beide Linsen, wie man bisher gethan hat, so nahe als möglich an einander zu legen.

Allein ganz anders verhält sich die Sache, wenn man sie auf die oben erwähnten Glasarten anwendet, welche einer oder mehreren der im Eingange aufgestellten vier Bedingungen entsprechen. Da für diese neue Glasgattungen die Gröſse P viel kleiner ist, als bei den alten, so kann man für x viel gröſsere Werthe wählen, ohne dadurch die Länge des Fernrohres bedeutend zu vermehren, während im Gegentheile durch denselben gröſseren Werth von x die Distanz der beiden Linsen beträchtlich groſs, und daher die zweite Linse von Flint viel kleiner gemacht werden kann. Dieſs wird sich bequem durch folgende kleine Tafel übersehen lassen, in welcher die beiden ersten Columnen die Glasart und den willkührlich gewählten Werth von x enthalten; die dritte gibt die Distanz Δ der beiden Objectivlinsen, die vierte die durch diese Distanz verursachte Verlängerung des Rohres dL, die Brennweite der ersten Linse von Kronglas als Einheit vorausgesetzt, und die fünfte Columne gibt endlich den Durchmesser der Öffnung der Flintlinse, jenen der Kronlinse als Einheit angenommen.

P	x	Δ Distanz der Linsen des Objectivs.	dL Verlängerung des Fernrohrs	Verkleinerte Öffnung der Flintlinse.
0.3	$^1/_2$	0.35	0.13	0.65
	$^3/_4$	0.52	0.38	0.48
0.2	$^1/_2$	0.40	0.05	0.60
	$^3/_4$	0.60	0.15	0.40
0.1	$^1/_2$	0.45	0.01	0.55
	$^3/_4$	0.67	0.03	0.33

Ist also z. B. für den ersten Fall dieser Tafel die Brennweite der Kronglaslinse zwei Fuſs, und ihr Öffnungsdurchmesser vier Zoll, so wird, wenn man die beiden Linsen in die Entfernung von 0.7 Fuſs von einander bringt, dadurch die Länge des Rohres um 0.26 Fuſs vergröſsert, aber der Durchmesser der Flintglaslinse wird dafür nur den 0.65sten Theil der ersten Linse, oder nur 2.6 Zoll betragen. Die Länge des Fernrohres, die für $n = 1.53$, $n' = 1.58$ und $\Delta = 0$ gleich 2.86 Fuſs gewesen wäre, wird jetzt für $\Delta = 0.35$ oder für $\Delta = 0.7$ Fuſs gleich 3.12 Fufs seyn.

Noch bedeutender werden diese Verkleinerungen der Flintlinse in den folgenden Fällen der Tafel, wo z. B. in dem letzten Falle dieselbe gleich 1.32 Zoll beträgt, während der Durchmesser der ersten Linse von Kronglas vier Zoll hat.

Die vorgeschlagenen Glasarten, welche einer oder besser noch mehreren der oben aufgestellten vier Bedingungen genug thun, haben also den Vortheil, daſs man von ihnen nur *kleine* reine Stücke, selbst für unsere gröſsten Fernröhre nöthig hat, und zwar desto kleinere,

je mehr das Glas jenen Bedingungen entspricht, oder je kleiner der Werth von P ist. Für das gröſste bisher von *Fraunhofer* für *Dorpat* construirte Fernrohr von 9 Zoll Öffnung wird eine Flintglaslinse von der letzten Art der vorhergehenden Tafel, für die $P = 0.1$ ist, von noch nicht 3 Zollen im Durchmesser hinreichen. Zwar wird, wie wir gesehen haben, durch die Ausführung dieses Vorschlages zugleich die Länge des Rohres etwas vergröſsert, aber diese Vergröſserung ist erstens nur sehr gering in Beziehung auf den viel wichtigeren Vortheil einer so beträchtlichen Verminderung der zweiten Linse, da jene Verlängerung nur selten eine oder zwei Zehntheile der Brennweite der ersten Linse beträgt, und sie ist überdieſs, was hier vorzüglich bemerkt zu werden verdient, nicht einmal als eine wahre Verlängerung des Fernrohres zu betrachten, da dasselbe eben durch diese neue Glasart schon früher, auch wenn man $\Delta = 0$ setzt, in einem viel *gröſseren* Verhältnisse *verkleinert* worden ist. So beträgt in dem so eben angeführten ersten Fall der Tafel die Länge des Fernrohres 2.86 Fuſs für $\Delta = 0$, während es für $\Delta = 0.7$ um 0.26 Fuſs grösser, also gleich 3.12 Fuſs wird. Allein mit unserem gewöhnlichen Flintglase, für welches wir nahe $\varpi = 0.6$ oder $P = 0.66$ haben, würde die Länge dieses Fernrohres, nach der zweiten der oben aufgestellten Gleichung $L = \frac{1}{1 - P}$, gleich 2.94 der Brennweite der Kronglaslinse, oder gleich 5.88 Fuſs seyn, so daſs daher, durch die Ausführung unseres Vorschlages, diese Länge des Fernrohres nicht um 0.26 Fuſs *vermehrt*, sondern eigentlich um volle 2.76 Fuſs *vermindert* wird, de sie mit dem bisher gewöhnlichen Flintglase 70, und mit dem für $P = 0.3$ nur 37 Zoll beträgt, eine Verminderung, die für $P = 0.2$ noch bedeutend kleiner wird.

Aus allem Vorhergehenden folgt daher, dafs man mit einer Glasart, für welche der Werth von P beträchtlich kleiner ist, als für die bisher gewöhnlichen, die Länge der Fernröhre sehr verkürzen, und dafs man überdiefs, wenn man die beiden Linsen in bestimmte Entfernungen von einander stellt, mit viel kleineren Flintglaslinsen, als den bisher gebrauchten, dieselbe Wirkung erreichen könne.

* * *

Es ist nun noch übrig, die Methode der Berechnung eines nach diesem Vorschlage eingerichteten Fernrohres anzugeben, wobei ich der Kürze wegen die im III. Bande, Seite 136 eingeführte Bezeichnung beibehalten werde *), so wie ich aus derselben Ursache die etwas umständlichen, aber den mit diesen Gegenständen vertrauten Lesern leicht aufzufindenden Beweise der nun folgenden Ausdrücke übergehen darf.

Da die hier zu suchende Bestimmung der beiden Halbmesser bekanntlich auf eine quadratische Gleichung führt, und die vier Wurzeln dieser doppelten Gleichung oft nur sehr wenig von einander verschieden sind, so wird zuerst eine vorläufige genäherte Auflösung des Problemes nothwendig, welche durch folgende Ausdrücke gegeben wird, bei welcher Auflösung übrigens dieselben drei Bedingungen zu berücksichtigen seyn sollen, deren ich schon Vol. III., Seite 144 umständlich erwähnt habe.

Ist also, wie dort, n und n' die Brechung, und

---

*) In der ersten Gleichung, Seite 138, ist durch einen Schreib- oder Druckfehler das Zeichen — vor ρ' im Zähler ausgelassen worden, so dafs diese Gleichung seyn soll

$$\text{Sin.}\, b' = (-\rho' - A' + d')\,\frac{\text{Sin.}\,(A')}{\rho'}.$$

dn, dn' die Zerstreuung der beiden Glasarten, und $\varpi = \frac{dn}{dn'}$, so wie $P = \frac{(n'-1)\varpi}{n-1}$, so sey

$$\mu = \frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2 . (n+2)}, \quad \nu = \frac{4(n-1)^2}{4n-1},$$

$$\mu' = \frac{n'(4n'-1)}{8(n'-1)^2 . (n'+2)}, \quad \nu' = \frac{4(n'-1)^2}{4n'-1}$$

$$\text{und} \quad \sqrt{\lambda - 1} = \frac{4(n^2-1)}{2n\sqrt{4n-1}},$$

$$p' = -\frac{(1-\Delta)^2}{P}, \quad a' = -(1-\Delta) \text{ und } \alpha' = \frac{(1-\Delta)^2}{1-(P+\Delta)}.$$

Kennt man so die Gröſsen μ, ν, μ', ν', λ, p', a' und α', so findet man die beiden Halbmesser r' und ρ' der zweiten Linse durch die Gleichungen

$$\frac{1}{r'} = \frac{L}{a'} + \frac{M}{\alpha'} + \frac{N.\sqrt{\lambda'-1}}{p'} \quad \text{und}$$

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{L}{a'} + \frac{M}{\alpha'} - \frac{N.\sqrt{\lambda'-1}}{p'},$$

$$\text{wo} \quad \lambda' = -\frac{\mu\lambda p'^3}{\mu' a'^4} - \frac{\nu' p'^2}{a'\alpha'} \quad \text{und}$$

$$L = \frac{4+n'-2n'^2}{2(n'-1)(n'+2)}, \quad M = \frac{n(2n'+1)}{2(n'-1)(n'+2)}$$

$$\text{und} \quad N = \frac{n'\sqrt{4n'-1}}{2(n'-1)(n'+2)} \quad \text{ist.}$$

Diese Ausdrücke setzen die Brennweite der ersten Linse als Einheit, und zugleich diese erste Linse als gleichseitig, also $r = \rho = 2(n-1)$ voraus. Die Berechnung derselben läſst sich übrigens durch mehrere Tafeln sehr abkürzen, bei denen ich mich aber hier nicht weiter aufhalte, und nur noch bemerke, daſs negative Werthe von r' oder ρ' zu concaven Flächen der zweiten Linse gehören.

Kennt man so einen der beiden Werthe von r' beinahe durch die vorhergehende directe, aber nur genä-

herte Auflösung, so wird man die zwar indirecte, aber ganz strenge Auflösung des Problemes bequem nach den Gleichungen der Seite 137 des III[ten] Bandes beginnen, wobei aber bemerkt werden muſs, daſs die zwei letzten Gleichungen der Seite 147 sich auf die dort aufgestellte Voraussetzung von $\Delta = 0$ beziehen, die hier nicht mehr Statt hat. Um das hieher Gehörende zur leichteren Übersicht beisammen zu haben, werde ich die Ausdrücke, wie sie in der Ordnung ihrer Entwicklung auf einander folgen, mittheilen, wobei die höheren Potenzen der Dicke d der ersten Linse weggelassen, $d = 0$ gesetzt, und endlich die Distanz Δ der beiden Linsen ganz genau berücksichtiget wurde.

Man sucht also zuerst den Werth von B' aus der Gleichung

$$\frac{1}{B'} = \frac{1}{1-\Delta} - \frac{(n'-1)\varpi}{(n-1)(1-\Delta)^2}$$
$$+ \left[\frac{n(n-1)^2(1-\Delta)-(n'-1)\left[(n-1)^2\Delta+n^2-1\right]\varpi}{4n^2(n-1)^2(1-\Delta)^3}\right].d \ldots \text{(II.)}$$

Mit einem angenommenen ersten Einfallswinkel a findet man dann die Gröſsen α, (A), b, β und (B), die, so wie die folgenden gleichnamigen, die in Vol. III., Seite 136 angegebene Bedeutung haben, durch die Ausdrücke

$$\text{Sin.}\,\alpha = \frac{1}{n}\,\text{Sin.}\,a,$$
$$(A) = a - \alpha,$$
$$\text{Sin.}\,b = \text{Sin.}\,\alpha + \frac{(2r-d)}{r}\,\text{Sin.}\,(A),$$
$$\text{Sin.}\,\beta = n\,\text{Sin.}\,b \quad \text{und}$$
$$(B) = (A) + \beta - b,$$

wo $r = \rho = 2(n-1)$ ist. Alles Vorhergehende ist von jeder Hypothese unabhängig, und darf daher nur ein Mal berechnet werden.

Dann sucht man mit dem aus der vorhergehenden

directen Auflösung erhaltenen genäherten Werthe von r' die Gröſse ρ' aus

$$\frac{1}{\rho'} + \frac{1}{r'} = -\frac{\varpi}{(n-1)(1-\Delta)^2} - \frac{[(n-1)^2\Delta + n^2 - 1]}{4n^2(n-1)^2(1-\Delta)^3}\varpi d \ldots \text{(III.)},$$

und damit endlich die Gröſsen a', α', (A') . . . (B') und B' aus den Gleichungen

$$\text{Sin.}\, a' = \frac{(r + r' + \Delta)}{r'}\,\text{Sin.}\,(B) - \frac{r}{r'}\,\text{Sin.}\,\beta,$$

$$\text{Sin.}\, \alpha' = \frac{1}{n'}\,\text{Sin.}\, a',$$

$$(A') = (B) + \alpha' - a',$$

$$\text{Sin.}\, b' = \frac{(r' + \rho')}{\rho'}\,\text{Sin.}\,(A') - \frac{r'}{\rho'}\,\text{Sin.}\,\alpha',$$

$$\text{Sin.}\,\beta' = n'\,\text{Sin.}\, b',$$

$$(B') = (A') + \beta' - b' \quad \text{und}$$

$$B' = \rho'\,\frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\text{Sin.}\,(B)} - \rho'.$$

Sollte der aus der letzten Gleichung erhaltene Werth von der vierten Vereinigungsweite B der Randstrahlen nicht genau genug mit der aus der vorhergehenden Gleichung (II.) erhaltenen vierten Vereinigungsweite B' der Centralstrahlen übereinstimmen, so wird man mit einem etwas veränderten Werth von r' den letzten Theil der Rechnung wiederholen, und dann nach dem Vol. III., Seite 148 angezeigten Verfahren sich der Wahrheit leicht so weit nähern, als man für jeden speciellen Fall wünscht, oder als es unsere Logarithmentafeln mit sieben Decimalstellen erlauben.

Es wird vielleicht nicht überflüssig seyn, das Vorhergehende durch ein Beispiel zu erläutern, und wir wollen dazu dieselben Glasarten wählen, die ich in meinem früheren öfter erwähnten Aufsatze, Seite 149, bereits unter der Voraussetzung von $\Delta = 0$ berechnet habe, und für die man hat $n = 1.53$ und $n' = 1.58$, mit

dem Unterschiede, daſs wir für die Gröſse $\varpi = \frac{dn}{dn'}$, für welche wir dort $\frac{2}{3}$ angenommen haben, hier $\varpi = \frac{1}{6}$ voraussetzen wollen.

Sey ferner, die Brennweite der ersten Linse als die Einheit aller Dimensionen des Fernrohres betrachtet, die Distanz der beiden Linsen $\Delta = 0.63522$ und $d = 0$, so hat man zuerst für die genäherte directe Auflösung

$\mu = 0.9875$, $p' = -0.73133$, $L = 0.1414$,
$\mu' = 0.8724$, $a' = -0.36478$, $M = 1.5827$,
$\nu' = 0.2529$, $\alpha' = +0.72787$, $N = 0.9775$,
$\lambda = 1.6001$, $r = \rho = 1.06$,
$P = 0.1823899$,

und damit findet man $\lambda' = 40.509$ und

$$r' = -0.17373,$$
$$\rho' = +0.29426,$$

oder auch, wegen dem doppelten Werthe der Quadratwurzel

$$r' = +0.10719,$$
$$\rho' = -0.08556.$$

Wählt man das erste Paar, welches die gröſseren Halbmesser gibt, und daher vortheilhafter ist, so gibt die Gleichung (II.) den Werth von $B' = 0.7295597$. Ferner gibt der erste Einfallswinkel $a = 10^0$

$$\alpha = 6^0\ 31'\ 0''.7,$$
$$(A) = 3^0\ 28'\ 59''.3,$$
$$b = 13^0\ 35'\ 30''.9,$$
$$\beta = 21^0\ 4'\ 22''.9,$$
$$(B) = 10^0\ 57'\ 51''.3.$$

Mit dem genäherten Werthe von $r' = -0.17$ findet man jetzt durch die Gleichung (III.)

$$\rho' = +0.2842,$$

und damit

$$a' = 32^\circ\ 22'\ 40'',$$
$$\alpha' = 19^\circ\ 48'\ 40'',$$
$$(A') = -\ 1^\circ\ 36'\ 10'',$$
$$b' = 11^\circ\ 2'\ 30'',$$
$$\beta' = 17^\circ\ 36'\ 50'',$$
$$(B') = 4^\circ\ 58'\ 10'',$$
$$B' = 0.70853,$$

also der Fehler dieser ersten Hypothese $dB' = 0.02103$.

Eben so gibt eine zweite Hypothese $r' = -0.165$, $\rho' = +0.27046$ und $B' = 0.7208979$, also der Fehler $dB' = 0.0086618$, wodurch man endlich findet

Halbmesser der ersten Linse $r = \rho = +1.06$ biconvex,
Halbmesser der zweiten Linse $r' = -0.16188$ concav,
$\rho' = +0.2621811$ convex.

Um zu prüfen, ob die mittleren Central- und Randstrahlen bei dieser Anordnung der Halbmesser nach ihren vierten Brechungen zusammen fallen, hat man mit den letzten Werthen von r' und ρ' nach den vorhergehenden Gleichungen

$$a' = 33^\circ\ 33'\ 46''.01,$$
$$\alpha' = 20^\circ\ 28'\ 53''.47,$$
$$(A') = -\ 2^\circ\ 7'\ 1''.24,$$
$$b' = 11^\circ\ 38'\ 55''.62,$$
$$\beta' = 18^\circ\ 36'\ 13''.39,$$
$$(B') = 4^\circ\ 50'\ 16''.53,$$

Vereinigungsweite $\begin{cases} B' = 0.7295645 \text{ für die äufserstenRandstrahl} \\ B' = 0.7295597 \text{ für die Centralstrahlen,} \end{cases}$

Differenz 0.0000048,

also ist bei dieser Einrichtung des Fernrohres die Abweichung der Stahlen wegen der sphärischen Gestalt der Linsen sehr gut gehoben, und dasselbe hat auch für die Abweichung wegen der Farbenzerstreuung Statt. — Dividirt man die vorhergehenden Werthe der Halbmesser

durch die Länge $L = \Delta + B' = 1.3647597$ des Fernrohres, so erhält man

$$r = \rho = 0.7766935,$$
$$r' = -0.1186143 \text{ und } \rho' = +0.1921079,$$

wo die Länge des Fernrohres die Einheit ist. Der Öffnungshalbmesser der ersten Linse von Kronglas ist $x = 0.0846\ L$, und jener der zweiten $x' = 0.0309\ L$. Für $L = 2$ Fuſs ist $x = 2.031$ und $x' = 0.741$ Zoll.

Für ein zweites Beispiel, in welchem $n = 1.8$, $n' = 1.3$, $\varpi = 0.2$ und $\Delta = 0.8$ angenommen wurde, fand ich $r = \rho = 1.60$, $r' = +0.04965$ und $\rho' = -0.0378973$. Mit diesen Halbmessern war die vierte Vereinigungsweite für den ersten Einfallswinkel $a = 3°$

$B' = 0.3200000$ für die Centralstrahlen, und
$B' = 0.3199821$ für die Randstrahlen,
0.0000179 Differenz.

Öffnungshalbmesser der ersten Linse $x = 0.0501\ L$, und jener der zweiten $x' = 0.0100\ L$. Für $L = 2$ Fuſs ist $x = 1.346$ und $x' = 0.027$ Zoll. In dem ersten Beispiele ist also die Öffnung der zweiten Linse nahe der dritte, und in dem ersten Beispiele der fünfte Theil der ersten Linse. — Bis übrigens die neuen Gläser angekommen seyn werden, mag man das Vorhergehende als einen Beitrag zur Theorie der sogenannten aplanatischen Fernröhre betrachten, da uns die Chemiker bereits mit mehreren Flüssigkeiten bekannt gemacht haben, welche eine viel gröſsere Farbenzerstreuung, als unsere bisherigen Glasarten, besitzen, und welche auch schon, vorzüglich in den letzten Zeiten in England, mit Vortheil zu diesem Zwecke angewendet worden sind.

II.

Physikalisch - chemische Untersuchung der Trinkquelle, Vincentiusbrunnen, zu Luhatschowitz in Mähren;

von

Joh. Planiawa.

(Beschlufs.)

---

19. Bei der Behandlung des erdigen Niederschlages des Wassers mit Hydrochlorine (15.) wurde das Unaufgelöste gesammelt, gewaschen, getrocknet, geglüht und gewogen; sein Gewicht betrug 4,80 Gr. aus 100,000 Gr. Wassers, was also für 10,000 Gr. desselben 0,48 Gr. gibt. Es war reines, durch eine Spur Eisenoxyds kaum etwas gefärbtes Siliciumoxyd.

20. Das in 15. nach der zweiten Niederschlagung erhaltene Eisenoxyd wog nach dem Glühen 1,040 Gr., und mufste auch Manganoxyd, falls sich solches in dem Wasser befindet, und auf dessen Gegenwart die grünliche Farbe der bei 4. erhaltenen geschmolzenen Masse schliefsen liefs, enthalten. Um beide von einander zu trennen, löste ich den Niederschlag in salpetrigtsaurer Chlorine mit Anwendung von Wärme auf, liefs die Flüssigkeit, um die vollständige Oxydation des Eisens zu erzwecken, einige Zeit kochen, sättigte sie vollkommen mit reinem Ammoniak, verdünnte sie hierauf mit vielem heifsen Wasser, und setzte arseniksaures Kaliumoxyd zu. Der gebildete Niederschlag wurde gut ausgewaschen, getrocknet und geglüht, welches letztere öfterer unter Zusatze von reinem Zucker wiederholt wurde, um durch Desoxydation die Arseniksäure früher zu entfernen, worauf erst das zurückgebliebene Eisenprotoxyd unter Luft-

zutritt schwach geglüht wurde, um es in Deutoxyd zu verwandeln; dieses wog 0,680 Gran, und entspricht 0,616 Gr. Eisenprotoxyds. Es ist nämlich:

$$78{,}363 : 70{,}363 = 0{,}680 : x,$$

$$\text{aber} \quad x = \frac{70{,}363 \times 0{,}680}{78{,}363} = 0{,}616.$$

Hieraus folgt, dafs 10,000 Gewichtstheile dieses Wassers 0,0616 Gr. Eisenprotoxyd enthalten.

21. Die von dem arseniksauren Eisenoxyd getrennte Flüssigkeit (17.) wurde mit reinem Ammoniak versetzt, der erhaltene Niederschlag nach dem Waschen und Austrocknen geglüht, und das Gewicht des Rückstandes zu 0,32 Gr. gefunden. Da indessen 1,04 — 0,68 = 0,36 ist, und wir auch bei weiter unten vorkommender Untersuchung des aus diesem Wasser ausgeschiedenen Calciumoxyds 0,15 Gr. Manganoxyds in 40,000 Gr. Wassers finden werden, so ist:

$$81{,}02 : 73{,}02 = 0{,}360 : x,$$

$$\text{aber} \quad x = \frac{73{,}02 \times 0{,}360}{81{,}02} = 0{,}3245.$$

100,000 Gr. Wassers enthalten also 0,3245 Gr., folglich 10,000 Gr. 0,03245 Gr. Manganoxyduls.

22. Zur Bestimmung der Quantität des Calciumoxyds wurden 40,000 Gr. des Mineralwassers mit Essigsäure neutralisirt, und hierauf mit oxalsaurem Ammoniak versetzt. Der hierdurch gebildete Niederschlag wurde gewaschen, getrocknet, bis zur vollständigen Zerstörung der Oxalsäure geglüht, hierauf mit einer concentrirten Lösung kohlenstoffsäuerlichen Ammoniaks benetzt, getrocknet, bis zur anfangenden Rothglühhitze erhitzt und gewogen; sein Gewicht betrug 25,55 Gran. Es war kohlenstoffsäuerliches Calciumoxyd. Ein mit 10,000 Gr. Wassers angestellter Versuch lieferte 6,42,

und ein mit 5000 Gr. Wassers 3,20 Gr., woraus sich die Richtigkeit obiger 25,55 Gr. aus 40,000 Gr. Wassers ergibt.

23. Um zu bestimmen, ob die 25,55 Gr. kohlenstoffsäuerlichen Calciumoxyds, die schon durch ihre Farbe einen Mangangehalt verriethen, nicht vielleicht auch Strontium- oder Baryumoxyd enthalten, löste ich sie in reiner Salpetersäure auf, dünstete die salpetersaure Salzlösung zur Trockne ab, übergoſs die scharf trockene Masse mit absolutem Alkohol, kochte das Ganze durch einige Minuten, und lieſs es hierauf ruhig stehen. Nach einigen Tagen wurde die klare Flüssigkeit vom Bodensatze abgegossen, dieser mehrmal mit absolutem Alkohol ausgewaschen, hierauf mit destillirtem Wasser behandelt, die wässerige Lösung vom noch vorhandenen Bodensatze getrennt, und mit oxalsaurem Ammoniak niedergeschlagen; der erhaltene Niederschlag wog nach dem Ausglühen, Benetzen mit kohlenstoffsäuerlicher Ammoniaklösung und Wiedererhitzung bis zum schwachen Rothglühen 0,50 Gran. Er bestand aus kohlenstoffsäuerlichem Baryum- und Strontiumoxyd (24. und 25.).

Das bei Behandlung des im Alkohol unlöslichen Rückstandes mit Wasser noch Zurückgebliebene war braunschwarz, und wog nach dem Ausglühen in einem Platinschälchen 0,15 Gran. Mit kohlenstoffsäuerlichem Sodiumoxyd geschmolzen, lieferte es eine schöne bläulich grüne Masse, welche mangansaures Sodiumoxyd war, daher die 0,15 Gr. Manganoxyd waren.

Aus dem kohlenstoffsäuerlichen Calciumoxyd, welches ich aus 10,000 Gr. Wassers erhielt, wurden 0,04 Gr. Manganoxyds erhalten, welches sich durchgehends als solches erwies.

40,000 Gr. Wassers lieferten also an kohlenstoffsäuerl. Calciumoxyd 25,55 — (0,50 + 0,15) = 24,90 Gr.,

welche Menge 14,021 Gr. reinen Calciumoxyds entspricht. Es ist nämlich:

$$50{,}64 : 28{,}515 = 24{,}90 : x; \text{ es ist aber:}$$

$$x = \frac{28{,}515 \times 24{,}90}{50{,}64} = 14{,}021.$$

14,021 Gr. reinen Calciumoxyds sind in 40,000 Gr., oder 3,50525 Gr. in 10,000 Gr. unseres Wassers enthalten.

24. Die (in 20.) erhaltenen 0,50 Gr. kohlenstoffsaurer Erden wurden mittelst Hydrochlorsäure in Chlormetalle verwandelt, die wässerige Lösung dieser letzteren zur Trockne verdünstet, das erhaltene Salz in etwas Wasser gelöst, und zur Ruhe hingestellt. Nach mehreren Tagen war das Innere des Probgläschens ganz mit prächtigen Ramificationen überzogen, welche zur Grundlage 4seitige Tafeln hatten. Ich liefs die noch vorhandene Flüssigkeit durch freiwillige Verdünstung vollkommen auskrystallisiren, trennte dann mittelst absoluten Alkohols das Strontiumchlorid von dem darin kaum löslichen Baryumchlorid, verdünstete in einem gewogenen äufserst leichten Platinschälchen die Strontiumchloridlösung zur Trockne, und erhitzte dann das Schälchen bis zum Rothglühen; sein Gewicht wurde um 0,24 Gr. vermehrt, und zeigte hiemit die Menge des Strontiumchlorids an, welches Quantum 0,2238 Gr. kohlenstoffsäuerlichen oder 0,1569 Gr. reinen Strontiumoxyds in 40,000 Gr. Wassers entspricht, und einen Gehalt von 0,039225 Gr. des reinen Oxyds in 10,000 Gr. Mineralwassers andeutet. Es ist nämlich:

$$79{,}32 : 73{,}98 = 0{,}24 : x \quad \text{und}$$

$$x = \frac{73{,}98 \times 0{,}24}{79{,}32} = 0{,}22384; \quad \text{ferner ist:}$$

$$79{,}32 : 51{,}85 = 0{,}24 : x,$$

$$\text{also} \quad x = \frac{51{,}85 \times 0{,}24}{79{,}32} = 0{,}1569.$$

25. Das mittelst absoluten Alkohol vom Strontiumchlorid befreite Baryumchlorid wurde gesammelt, und im Platinschälchen geschmolzen; sein Gewicht betrug 0,30 Gran, und entspricht 0,2845 Gr. kohlenstoffsäuerlichen oder 0,2208 Gr. reinen Baryumoxyds in 40,000 Gr., oder 0,0552 Gr. des letzteren in 10,000 Gr. unseres Mineralwassers. Denn es ist:

$$104{,}13 : 98{,}79 = 0{,}30 : x \quad \text{und}$$

$$x = \frac{98{,}79 \times 0{,}30}{104{,}13} = 0{,}2845; \quad \text{ferner ist:}$$

$$104{,}13 : 76{,}66 = 0{,}30 : x,$$

$$\text{also} \quad x = \frac{76{,}66 \times 0{,}30}{104{,}13} = 0{,}2208.$$

26. Die Flüssigkeit, aus welcher die Oxyde des Calciums, Baryums, Strontiums und Mangans mittelst oxalsauren Ammoniaks (19.) ausgeschieden waren, wurde mit einem großen Übermaße von basisch-phosphorsaurem Ammoniak versetzt; es entstand eine sehr leichte Trübung, und nach einigen Tagen sammelte sich an den Wänden und am Boden des Gefäßes ein krystallinischer Niederschlag, welcher gewaschen, getrocknet, geglüht und gewogen, 3,52 Gran betrug, und auf 0,7905 Gr. reinen Magniumoxyds in 40,000 Gr., oder auf 0,1976 Gr. in 10,000 Gr. unseres Wassers deutet. Denn es ist:

$$92{,}126 : 20{,}69 = 3{,}52 : x \quad \text{und}$$

$$x = \frac{20{,}69 \times 3{,}52}{92{,}126} = 0{,}7905.$$

Ein mit 10,000 Gr. Wassers vorgenommener Versuch lieferte 0,85 Gr. sauren phosphorsauren Magniumoxyds, welche Menge der oben gefundenen nahe kommt.

27. Um indessen überzeugt zu seyn, daſs der Niederschlag, welcher basisch-phosphorsaures Ammoniak in dem Wasser erzeugte, nicht vom Lithiumoxyd, das nicht selten als Begleiter des Sodium- und Kaliumoxyds

in Mineralien auftritt, herrühre; erhitzte ich denselben auf einer Kohle vor dem Löthrohre, wobei ein weifser pulveriger Rückstand von Magniumoxyd zurückblieb.

Zur Ausmittelung eines möglichen Lithiongehalts des Wassers wurden 10,000 Grane desselben verdünstet, durch zweimaliges Schmelzen und Wiederauflösen des Salzrückstandes im Wasser von allem durch Sodiumoxyd zurückgehaltenen Magniumoxyd vollkommen gereinigt, und hierauf mit basisch-phosphorsaurem Ammoniak versetzt; nicht die mindeste Trübung wurde wahrgenommen, und nach Verdünstung der Flüssigkeit zur Trockne, und Wiederauflösen des Salzes in wenig Wassers, blieb keine Spur eines Lithiondoppelsalzes zurück.

28. Da wir nun die Menge aller Bestandtheile unseres Mineralwassers theils unmittelbar, theils mittelbar kennen, so müssen wir die auf beide Arten bestimmte Kohlenstoffsäure auch noch in ihrer Totalmenge darzustellen suchen. In 1., 2. und 3. haben wir die beim Siedepuncte des Wassers ausgeschiedene Menge derselben bestimmt, und haben dann nur noch diejenige quantitative zu bestimmen, welche an die im kohlenstoffsäuerlichen Zustande in dem Wasser zurückgebliebenen Oxyde gebunden geblieben ist, und deren Menge *b*, *c*, *d*, *e* und *f* des folgenden Verzeichnisses für 10,000 Gr. unseres Wassers ausdrückt.

a.	Herrn M. Dr. *Cal's* Versuchen zu Folge (1. u. 3.) enthalten 10,000 Gr. desselben beim Siedepuncte entweichender Kohlenstoffsäure	27.574800 Gr.
b.	Den 31,85014 Gr. kohlenstoffsäuerlichen Sodiumoxyds (17.) entsprechen	13,189540 »
c.	Den 3,50525 Gr. Calciumoxyds (23.) entsprechen	2,719750 »
	Fürtrag .	43,484090 Gr.

	Übertrag .	43,484090 Gr.
d.	Den 0,039225 Gr. Strontiumoxyds (24.) entsprechen	0,016725 »
e.	Den 0,0552 Gr. Baryumoxyds (25.) entsprechen	0,015925 »
f.	Den 0,1976 Gr. Magniumoxyds (26.) entsprechen endlich	0,211313 »
	Totalgewicht der in 10,0 0 Gr. Wassers enthaltenen Kohlenstoffsäure . . .	43,728053 Gr.

29. Jetzt wollen wir zur Anordnung der einfachen und zusammengesetzten Bestandtheile des Wassers schreiten. Ohne Zweifel findet eine solche Anordnung unter denselben Statt, daſs ein jedes Oxyd mit allen vorhandenen Säuren, oder, was dasselbe ist, jede Säure mit allen vorhandenen Oxyden verbunden ist, welches dann auch bei den vorhandenen Salzbildern und den metallischen Grundlagen der Oxyde angenommen werden müſste. Wollten wir nun eine solche Anordnung versuchen, und *Berzelius's* richtige Ansicht über die Salzbilder, daſs ihre Verbindungen mit anderen einfachen Stoffen nämlich, selbst in im Wasser gelösten Zustande, immer noch als binär angesehen werden müssen, annehmen: so hätten wir in diesem Wasser 9 Chloride, eben so viele Jodide, Bromide und Fluoride, 9 kohlenstoffsaure Salze, und 8 Silicate oder kieselsaure Salze, so daſs das Wasser dann als eine Lösung, oder in einigem Sinne vielmehr, als eine chemische Verbindung von 53 theils binären, theils quaternären Verbindungen betrachtet werden könnte. Da indessen die Darstellung der relativen Quantitäten solcher Verbindungen nicht möglich ist, und es auch wohl niemals werden kann: so müssen die bekannten Gesetze der chemiscken Verwandtschaft zu Rathe gezogen, und nach ihnen die wirkliche Anordnung der Bestandtheile vorgenommen werden.

30. Berücksichtigt man nun diese Gesetze und die gleich im Anfange angezeigten und im Verfolge der Analyse bestimmten Bestandtheile, so ergibt sich: daſs das Chlor vorzugsweise mit der im Wasser befindlichen Menge Kaliums und sein Überrest mit Sodium, das Brom und Jod aber mit Sodium verbunden sind, während das Fluor entweder eine binäre Verbindung mit einem Theile des vorhandenen Calciums, oder aber eine ternäre, aus Fluor, Calcium und Silicium bestehende Verbindung bildet. Daſs übrigens das von den oben angeführten Verbindungen übrig gebliebene Sodium als Oxyd, und die übrigen im Wasser gefundenen Oxyde — das Siliciumoxyd abgerechnet, welches wir für sich anführen wollen — mit der im Übermaſse vorhandenen Kohlenstoffsäure als neutrale kohlenstoffsaure Salze — Bicarbonate — anzuordnen sind, braucht wohl kaum erwähnt zu werden.

31. Aus 17. ist uns die Menge der Chlor-, Brom- und Jodverbindungen schon bekannt. Was das Fluor, als den in unserem Wasser befindlichen vierten Salzbilder betrifft, so erfordern die für 10,000 Gr. Wassers gefundenen 0,02776 Gr. desselben 0,04222 Gr. Calciums, die wir auch in dem aus dem in 18. analysirten Fluorcalcium dargestellten kohlenstoffsäuerlichen Calciumoxyd finden müssen, weil nur aus diesem die Menge des Fluors berechnet wurde. Es ist dann:

$$\frac{57,0 \times 0,75}{101,25} = 0,4222\ldots \text{ und } \frac{0,4222\ldots}{10} = 0,04222\ldots,$$

wornach also 10,000 Gr. dieses Wassers

$$0,02776 + 0,04222 = 0,06998 \text{ Gr.}$$

Fluorcalciums enthalten.

32. Nach 17. lieferten 10,000 Gr. Wassers 31,85014 Gr. kohlenstoffsäuerlichen Sodiumoxyds. Da nun dieses

Salz neben freier Kohlenstoffsäure nicht als solches, sondern nur als ein neutrales bestehen kann, und die angegebene Menge noch 13,18954 Gr. Kohlenstoffsäure zur vollständigen Sättigung erfordert; so müssen 10,000 Gr. unseres Wassers 45,03968 Gr. (neutrales) kohlenstoffsaures Sodiumoxyd enthalten.

33. Auch die Oxyde des Calciums, Baryums, Strontiums und Magniums, so wie auch die Protoxyde des Eisens und des Mangans sind nur als Bicarbonate im Wasser löslich, und müssen als in diesem Zustande in unserem Wasser vorhanden angesehen werden. Um aber in diesen Zustand verwandelt zu werden, erfordern an Kohlenstoffsäure die in 10,000 Gr. Wassers gefundenen

3,505250	Gr.	Calciumoxyds	5,439500	Gr.,	und	bilden	damit	8,944750	Gr.	$CaO + CO^4$,
0,055200	»	Baryumoxyds	0,031850	»	»	»	»	0,087050	»	$BaO + CO^4$,
0,039225	»	Strontiumoxyds	0,033450	»	»	»	»	0,072675	»	$SrO + CO^4$,
0,197600	»	Magniumoxyds	0,422626	»	»	»	»	0,620226	»	$MgO + CO^4$,
0,061600	»	Eisenprotoxyds	0,077482	»	»	»	»	0,139082	»	$FeO + CO^4$,
0,032450	»	Manganprotoxyds	0,039330	»	»	»	»	0,071780	»	$MnO + CO^4$,

wie man sich durch eine kleine Rechnung überzeugen kann.

34. In 28. haben wir gesehen, daſs sämmtliche in 10,000 Gr. Wassers vorfindige Kohlenstoffsäure 43.728053 Gr. betrage. Ziehen wir nun diejenige Quantität davon ab, welche zur Bildung von kohlenstoffsauren Salzen (Bicarbonaten) mit den in derselben Menge Wassers gefundenen

Oxyden erforderlich ist, so bleiben

43.728053 — 32,423318 = 11.314735 Gr.

für diejenige Kohlenstoffsäure übrig, welche im freien Zustande in 10,000 Gr. unseres Wassers enthalten ist, und von deren Zurückkehren in den elastisch-flüssigen Zustand das sehr starke Blasenwerfen in grofsen, und Perlen in kleinen Quantitäten desselben herrührt.

Die folgende Tabelle zeigt nun, der vorhergegangenen Analyse zu Folge, die Quantitäten der in 10,000 Gr. der Luhatschowitzer Trinkquelle gefundenen Bestandtheile im wasserfreien Zustande in W. Medicinalgranen an, wobei ich nur zu erwähnen habe, dafs dieselben blofs wegen einigen in diesem Mineralwasser in sehr geringer Menge vorkommenden Bestandtheilen, als Jod, Brom, Fluor etc. bis in die sechste Decimalstelle angegeben werden mufsten, keineswegs aber in einer ins Kleinliche gehenden Genauigkeitssucht zu suchen sind.

35. Tabellarische Übersicht der in 10,000 Gran. des aus der Luhatschowitzer Trinkquelle — Vincentiusbrunnen — geschöpften Wassers enthaltenen Bestandtheile im wasserfreien Zustande.

Namen der Bestandtheile — sämmtliche als Anhydrate.	Gewicht in Wiener Apothekergranen.
Freie Kohlenstoffsäure . . .	12,602000
Chlorkalium	2,588700
Chlorsodium	23,921800
Bromsodium	0,053740
Jodsodium	0,085620
Fluorcalcium	0,069980
Fürtrag .	39,321840

Namen der Bestandtheile — sämmtliche als Anhydrate.	Gewicht in Wiener Apothekergranen.
Übertrag .	39,321840
Kohlenstoffsaures Sodiumoxyd .	45,039680
» Calciumoxyd .	8,944750
» Baryumoxyd .	0,087050
» Strontiumoxyd	0,072675
» Magniumoxyd	0,620226
» Eisenprotoxyd	0,139082
» Manganprotox.	0,071780
Siliciumoxyd	0,480000
Zusammen .	94.777083
Wasser	9905.222917
Zusammen .	10,000 Gr.

Aus dieser Übersicht ergibt sich nun, daſs dieses Wasser 94,777 Gr. an theils elastisch-flüssigen, theils festen Bestandtheilen in 10,000 Gr. enthält; und da die versandten Flaschen immer zu 20,000 bis 20,300 Gran Wassers enthalten, so wäre der Gehalt einer solchen Flasche an mineralischen Substanzen immer circa 189,5 bis 200 W. Medicinalgrane anzunehmen, wenn die im Wasser ursprünglich vorhandene freie Kohlenstoffsäure nicht durch vorsetzliches Offenlassen der gefüllten Flaschen, um sie vor dem Zerspringen zu sichern, wenigstens zur Hälfte entwichen wäre. Diesem Übel könnte indessen die Brunnenanstalt dadurch steuern, daſs zum Vortheile Derjenigen, welche dieses Mineralwasser in seinem ganz unveränderten Zustande genieſsen wollten, immer eine Anzahl steingutener Krüge damit unter dem Wasserspiegel des Brunnens gefüllt und wohl verkorkt und verpicht versandt würde.

III.
Entwickelungen der allgemeinen Eigenschaften einiger Ausdrücke, welche in der Theorie der geraden Linie und der Ebene vorkommen;

von

Franz Xav. Moth.

---

1. Wenn $x y z$ die drei rechtwinkligen Coordinaten eines Punctes im Raume sind, so ist es bekannt, daſs die Beziehung

$$A . x + B . y + C . z = 0$$

die Gleichung einer durch den Anfangspunct der Coordinaten gelegten Ebene sey.

Betrachten wir nun zwei solche Ebenen, und es seyen ihre Gleichungen:

$$A' . x + B' . y + C' . z = 0,$$
$$A'' . x + B'' . y + C'' . z = 0.$$

Jene Ebene wollen wir mit I., diese aber mit II. bezeichnen.

Nimmt man beide Gleichungen als coëxistirend an, so daſs die Werthe der Coordinaten $x y z$ in der einen Gleichung dieselben sind, als in der andern; so werden diese zugleich die Werthe der Coordinaten der Durchschnittslinie jener zwei Ebenen seyn.

Eliminirt man aus den Gleichungen der Ebenen I., II. zuerst z, hierauf y, endlich x, so wird man nachstehende drei Gleichungen erhalten:

$$\left.\begin{aligned} (B' C'' - B'' C') \,.\, y - (A'' C' - A' C'') \,.\, x &= 0 \\ (B' C'' - B'' C') \,.\, z - (A' B'' - A'' B') \,.\, x &= 0 \\ (A'' C' - A' C'') \,.\, z - (A' B'' - A'' B') \,.\, y &= 0 \end{aligned}\right\} (a).$$

Die erste dieser Gleichungen gehört bekanntlich für die Projection der Durchschnittslinie jener zwei Ebenen in der coordinirten Ebene xy; eben so ist die zweite und dritte der Gleichungen (a) respective die Gleichung der Projection jener Geraden in der Ebene xz und yz. Jede dieser Gleichungen ist eine Folge der beiden anderen, und zwei derselben, zusammen betrachtet, gehören für die Durchschnittslinie jener zwei Ebenen im Raume. Da die beiden Ebenen I., II. durch den Anfangspunct der Coordinaten gehen, so geht auch ihre gemeinschaftliche Durchschnittslinie durch diesen Punct, wie die Gleichungen (a) unmittelbar zeigen.

In den Gleichungen (a) erscheinen nun zunächst, als die Coefficienten der Coordinaten xyz die zweitheiligen Ausdrücke:

$$(B'C'' - B''C'); \quad (A''C' - A'C''); \quad (A'B'' - A''B').$$

Zur Bestimmung des Winkels, welchen die zwei Ebenen I. und II. mit einander machen, gibt die anal. Geometrie den Ausdruck:

$$\cos.\,(\text{I. II.}) = \frac{A'.A'' + B'.B'' + C'.C''}{\sqrt{(A'^2 + B'^2 + C'^2)}\,.\,\sqrt{(A''^2 + B''^2 + C''^2)}};$$

dieser Ausdruck findet sich zusammengesetzt aus den zwei ähnlichen Formen

$$(A'^2 + B'^2 + C'^2) \quad \text{und} \quad (A''^2 + B''^2 + C''^2),$$

und aus der Form

$$(A'A'' + B'B'' + C'C'').$$

2. Denken wir uns jetzt durch den Anfangspunct der Coordinaten noch eine dritte Ebene gelegt, welche wir mit III. bezeichnen wollen, oder stellen wir uns überhaupt ein System dreier Ebenen I., II., III. vor, von denen sich je zwei in einer Geraden durchschneiden, und nennen wir die Durchschnittslinie der Ebenen

II., III., die Linie 1; so wie die Durchschnittslinien der Ebenen I., III.; und I.. II., die Linien 2 und 3.

Ist die Gleichung der Ebene III.:

$$A''' \,.\, x + B''' \,.\, y + C''' \,.\, z = 0,$$

so wird man noch sechs ähnliche Gleichungen wie in (a) erhalten. Man setze nun

$$\left.\begin{array}{lll} B''C''' - B'''C'' = A_{,}; & B'''C' - B'C''' = A_{,,}; & B'C'' - B'C'' = A_{,,,}; \\ A'''C'' - A''C''' = B_{,}; & A'C''' - A'''C' = B_{,,}; & A''C' - A'C'' = B_{,,,}; \\ A''B''' - A'''B'' = C_{,}; & A'''B' - A'B''' = C_{,,}; & A'B'' - A''B' = C_{,,,}; \end{array}\right\} \ldots (1),$$

so sind die Gleichungen der Projectionen:

	der Geraden 1	der Geraden 2	der Geraden 3
in der Ebene yz	$C_{,} \,.\, y - B_{,} \,.\, z = 0$	$C_{,} \,.\, y - B_{,,} \,.\, z = 0$	$C_{,,,} \,.\, y - B_{,,,} \,.\, z = 0;$
in der Ebene xz	$A_{,} \,.\, z - C_{,} \,.\, x = 0$	$A_{,,} \,.\, z - C_{,,} \,.\, x = 0$	$A_{,,,} \,.\, z - C_{,,,} \,.\, x = 0;$
in der Ebene xy	$B_{,} \,.\, x - A_{,} \,.\, y = 0$	$B_{,,} \,.\, x - A_{,,} \,.\, y = 0$	$B_{,,,} \,.\, x - A_{,,,} \,.\, y = 0.$

Man setze ferner:

$$\left.\begin{array}{l} A'^2 + B'^2 + C'^2 = P'^2 \\ A''^2 + B''^2 + C''^2 = P''^2 \\ A'''^2 + B'''^2 + C'''^2 = P'''^2 \end{array}\right\} \ldots (2)$$

und

$$\left.\begin{array}{l} A''.A''' + B''.B''' + C''.C''' = M' \\ A'''.A' + B'''.B' + C'''.C' = M'' \\ A'.A'' + B'.B'' + C'.C'' = M''' \end{array}\right\} \ldots (3),$$

so hat man:

$$\cos.(\text{II. III.}) = \frac{M'}{P'' \,.\, P'''};\quad \cos.(\text{I. III.}) = \frac{M''}{P' \,.\, P'''};$$

$$\cos.(\text{I. II.}) = \frac{M'''}{P' \,.\, P''}.$$

3. Betrachten wir noch insbesondere das System der drei Geraden 1, 2, 3, welche durch den Anfangspunct der Coordinaten gehen. Setzt man, um abzukürzen:

$$\left.\begin{array}{l} A_{,}^{2} + B_{,}^{2} + C_{,}^{2} = P_{,}^{2} \\ A_{,,}^{2} + B_{,,}^{2} + C_{,,}^{2} = P_{,,}^{2} \\ A_{,,,}^{2} + B_{,,,}^{2} + C_{,,,}^{2} = P_{,,,}^{2} \end{array}\right\} \ldots (4)$$

und

$$\left.\begin{array}{l} A_{,,}.A_{,,,} + B_{,,}.B_{,,,} + C_{,,}.C_{,,,} = M_{,} \\ A_{,,,}.A_{,} + B_{,,,}.B_{,} + C_{,,,}.C_{,} = M_{,,} \\ A_{,}.A_{,,} + B_{,}.B_{,,} + C_{,}.C_{,,} = M_{,,,} \end{array}\right\} \ldots (5),$$

so hat man bekanntlich:

$$\cos.(2, 3) = \frac{M_{,}}{P_{,,} \,.\, P_{,,,}};\quad \cos.(1, 3) = \frac{M_{,,}}{P_{,} \,.\, P_{,,,}},$$

$$\cos.(1, 2) = \frac{M_{,,,}}{P_{,} \,.\, P_{,,}}.$$

Es ist interessant, zu bemerken, daſs sich die Ausdrücke für die Cosinusse der Winkel, welche die Durchschnittslinien der Ebenen I., II., III. gegenseitig mit einander machen, sich eben so aus den Gröſsen

$$M_{,}\; M_{,,}\; M_{,,,}\; P_{,}\; P_{,,}\; P_{,,,}$$

zusammengesetzt finden, als die Ausdrücke der Cosinusse der Winkel dieser respectiven Ebenen selbst aus den Gröſsen

$$M'\; M''\; M'''\; P'\; P''\; P'''$$

zusammengesetzt sind.

Neben diesen Ausdrücken wollen wir noch folgenden bemerken:

$$(A'B''C'''+A''B'''C'+A'''B'C''-A'B'''C''-A''B'C'''-A'''B''C') = N \ldots (6),$$

welcher, wie man weiſs, in der Theorie der Ebene häufig vorzukommen pflegt.

4. Die Gröſsen $A_{,}$ $B_{,}$ $C_{,}$ $A_{,,}$ ... hängen auf eine gewisse Art und Weise von den Gröſsen A' B' C' A'' ... ab; man kann aber auf eben dieselbe Art andere Gröſsen von $A_{,}$ $B_{,}$ $C_{,}$ $A_{,,}$ ... wieder abhängen lassen. Men setze nämlich, ganz den Ausdrücken (1) analog:

$$\left.\begin{array}{c} B_{,,}.C_{,,,}-B_{,,,}.C_{,,}=\mathfrak{A}';\quad B_{,,,}.C_{,}-B_{,}.C_{,,,}=\mathfrak{A}''; \\ B_{,}.C_{,,}-B_{,,}.C_{,}=\mathfrak{A}'''; \\ A_{,,,}.C_{,,}-A_{,,}.C_{,,,}=\mathfrak{B}';\quad A_{,}.C_{,,,}-A_{,,,}.C_{,}=\mathfrak{B}''; \\ A_{,,}.C_{,}-A_{,}.C_{,,}=\mathfrak{B}'''; \\ A_{,,}.B_{,,,}-A_{,,,}.B_{,,}=\mathfrak{C}';\quad A_{,,,}.B_{,}-A_{,}.B_{,,,}=\mathfrak{C}''; \\ A_{,}.B_{,,}-A_{,,}.B_{,}=\mathfrak{C}'''. \end{array}\right\} (7)$$

Es ist leicht, die geometrische Bedeutung dieser Ausdrücke nachzuweisen. Denn da die Gleichungen der Ebenen, welche durch den Anfangspunct der Coordinaten senkrecht auf die respectiven Geraden 1, 2, 3 gelegt werden, und die wir mit I_0, II_0, III_0 bezeichnen wollen, sind:

$$A_{,}\,.\,x + B_{,}\,.\,y + C_{,}\,.\,z = 0;$$
$$A_{,,}\,.\,x + B_{,,}\,.\,y + C_{,,}\,.\,z = 0;$$
$$A_{,,,}.\,x + B_{,,}.\,y + C_{,,}\,.\,z = 0;$$

da sich ferner je zwei dieser Ebenen in einer Geraden durchschneiden (welche Durchschnittslinien respective mit 1_0, 2_0, 3_0 bezeichnet werden sollen), so werden die Gleichungen der Projectionen dieser Geraden, und zwar

	der Geraden 1_0	der Geraden 2_0	der Geraden 3_0
in der Ebene yz	$\mathfrak{C}' . y - \mathfrak{B}' . z = 0;$	$\mathfrak{C}'' . y - \mathfrak{B}'' . z = 0;$	$\mathfrak{C}''' . y - \mathfrak{B}''' . z = 0;$
in der Ebene xz	$\mathfrak{A}' . z - \mathfrak{C}' . x = 0;$	$\mathfrak{A}'' . z - \mathfrak{C}'' . x = 0;$	$\mathfrak{A}''' . z - \mathfrak{C}''' . x = 0;$
in der Ebene xy	$\mathfrak{B}' . x - \mathfrak{A}' . y = 0;$	$\mathfrak{B}'' . x - \mathfrak{A}'' . y = 0;$	$\mathfrak{B}''' . x - \mathfrak{A}''' . y = 0.$

Setzt man nun, den Ausdrücken (2) und (3) analog:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{A}'^2 + \mathfrak{B}'^2 + \mathfrak{C}'^2 = \mathfrak{P}'^2; \\ \mathfrak{A}''^2 + \mathfrak{B}''^2 + \mathfrak{C}''^2 = \mathfrak{P}''^2; \\ \mathfrak{A}'''^2 + \mathfrak{B}'''^2 + \mathfrak{C}'''^2 = \mathfrak{P}'''^2; \end{array}\right\} \ldots (8) \quad \text{und} \quad \left.\begin{array}{l} \mathfrak{A}''.\mathfrak{A}''' + \mathfrak{B}''.\mathfrak{B}''' + \mathfrak{C}''.\mathfrak{C}''' = \mathfrak{M}'; \\ \mathfrak{A}'''.\mathfrak{A}' + \mathfrak{B}'''.\mathfrak{B}' + \mathfrak{C}'''.\mathfrak{C}' = \mathfrak{M}''; \\ \mathfrak{A}'.\mathfrak{A}'' + \mathfrak{B}'.\mathfrak{B}'' + \mathfrak{C}'.\mathfrak{C}'' = \mathfrak{M}''; \end{array}\right\} \ldots (9),$$

so wird man haben:

$$\cos.(\mathrm{II}_0 . \mathrm{III}_0) = \frac{M_,}{P_{,,} . P_{,,,}}; \quad \cos.(\mathrm{I}_0 . \mathrm{III}_0) = \frac{M_{,,}}{P_, . P_{,,,}}; \quad \cos.(\mathrm{I}_0 . \mathrm{II}_0) = \frac{M_{,,,}}{P_, . P_{,,}} \quad \text{und}$$

$$\cos.(2_0 . 3_0) = \frac{\mathfrak{M}'}{\mathfrak{P}'' . \mathfrak{P}'''}; \quad \cos.(1_0 . 3_0) = \frac{\mathfrak{M}''}{\mathfrak{P}' . \mathfrak{P}'''}; \quad \cos.(1_0 . 2_0) = \frac{\mathfrak{M}'''}{\mathfrak{P}' . \mathfrak{P}''}.$$

Endlich sey noch:

$$(A_, B_{,,} C_{,,,} + A_{,,} B_{,,,} C_, + A_{,,,} B_, C_{,,} - A_, B_{,,,} C_{,,} - A_{,,} B_, C_{,,,} - A_{,,,} B_{,,} C_,) = \mathfrak{N} \ldots (10).$$

5. Die in vorstehenden zehn Systemen von Gleichungen enthaltenen Ausdrücke besitzen eine Menge merkwürdiger und wichtiger Beziehungen gegen einander sowohl, als auch gegen ihre ursprünglichen Bestandtheile $A' \; B' \; C' \; A''$ . . . Die Erforschung der Eigenschaften dieser Ausdrücke ist nun der Hauptzweck der gegenwärtigen Untersuchungen. Um dieselben auf eine leichte Weise

zu entwickeln, und auf einem einfachen Wege zu ihrer Kenntniſs zu gelangen, werde ich noch einige aus den Gröſsen $A' B' C' A'' \ldots$ und $A_, B_, C_, A_{,,} \ldots$ zusammengesetzte Ausdrücke zu Hülfe nehmen, welche sich noch im nachstehenden Systeme zusammengesetzt finden.

$$\left.\begin{array}{l}
B' C_{,,} - B_{,,} C' = A'_{,,}; \quad C' A_{,,} - A' C_{,,} = B'_{,,}; \\
\qquad A' B_{,,} - A_{,,} B' = C'_{,,}; \\
C'' B_{,} - B'' C_{,} = A''_{,}; \quad A'' C_{,} - C'' A_{,} = B''_{,}; \\
\qquad B'' A_{,} - A'' B_{,} = C''_{,}; \\
C' B_{,,,} - B' C_{,,,} = A'_{,,,}; \quad A' C_{,,,} - C' A_{,,,} = B'_{,,,}; \\
\qquad B' A_{,,,} - A' B_{,,,} = C'_{,,,}; \\
B''' C_{,} - C''' B_{,} = A'''_{,}; \quad C''' A_{,} - A''' C_{,} = B'''_{,}; \\
\qquad A''' B_{,} - B''' A_{,} = C'''_{,}; \\
B'' C_{,,,} - C'' B_{,,,} = A''_{,,,}; \quad C'' A_{,,,} - A'' C_{,,,} = B''_{,,,}; \\
\qquad A'' B_{,,,} - B'' A_{,,,} = C''_{,,,}; \\
C''' B_{,,} - B'' C_{,,} = A'''_{,,}; \quad A''' C_{,,} - C''' A_{,,} = B'''_{,,}; \\
\qquad B''' A_{,,} - A''' B_{,,} = C'''_{,,};
\end{array}\right\} (11)$$

Die Eigenschaften der aus den Gröſsen $A' B' C' A'' \ldots$ formirten Ausdrücke, welche wir hier entwickeln werden, sind nicht nur an und für sich schon sehr merkwürdig, sondern auch noch wegen ihren schönen Anwendungen in einigen Theilen der Geometrie und Mechanik von groſser Wichtigkeit. Sie bestehen hauptsächlich in gewissen Relationen, welche die formirten Ausdrücke entweder gegen die ursprünglichen Gröſsen $A' B' C' A'' \ldots$ oder gegen einander haben. In dieser Beziehung unterscheide ich auch *zwei* Classen von Relationen. In denen der ersten Classe kommen die accentuirten Buchstaben $A B C$ und $\mathfrak{A} \mathfrak{B} \mathfrak{C}$ vor, während die andere Classe nur Relationen zwischen den Gröſsen $P M \mathfrak{P} \mathfrak{M} N \mathfrak{N}$ enthält. Diese letztern enthalten die

Grundlage einer ganz neuen und sehr einfachen Methode, alle Gleichungen der sphärischen Trigonometrie mit Eleganz, Leichtigkeit und Präcision auf eine gleichförmige Art zu entwickeln. Indem ich nun in diesem Aufsatze die allgemeinen Eigenschaften einiger in der analytischen Geometrie vorkommender Ausdrücke entwickle, habe ich zugleich die Absicht, diese Anwendungen, welche sich von ihnen zu dem gedachten Zwecke machen lassen, in einer Reihe von Aufsätzen nach und nach bekannt zu machen.

I. Classe.

Von den Beziehungen der accentuirten Gröfsen $ABC\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}$ sowohl gegen einander, als auch gegen die Gröfsen $PM\mathfrak{P}\mathfrak{M}$, N und $\mathfrak{N}$.

6. Von den formirten Ausdrücken sind mehrere unter mannigfaltigen Gestalten vorstellbar. Wir werden nun mit den Transformationen solcher Ausdrücke den Anfang machen. Von denen verdienen unsere Aufmerksamkeit zuerst diejenigen, welche wir mit N und $\mathfrak{N}$ bezeichneten. Man hat nämlich:

$$\left.\begin{array}{l} N = A' \,.\, A_{,} + B' \,.\, B_{,} + C' \,.\, C_{,}; \\ N = A'' \,.\, A_{,,} + B'' \,.\, B_{,,} + C'' \,.\, C_{,,}; \\ N = A''' \,.\, A_{,,,} + B''' \,.\, B_{,,,} + C''' \,.\, C_{,,,}; \\ N = A' \,.\, A_{,} + A'' \,.\, A_{,,} + A''' \,.\, A_{,,,}; \\ N = B' \,.\, B_{,} + B'' \,.\, B_{,,} + B''' \,.\, B_{,,,}; \\ N = C' \,.\, C_{,} + C' \,.\, C_{,,} + C''' \,.\, C_{,,,}. \end{array}\right\} \ldots (12)$$

Eben so ist:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{N} = A_{,} \,.\, \mathfrak{A}' + B_{,} \,.\, \mathfrak{B}' + C_{,} \,.\, \mathfrak{C}'; \\ \mathfrak{N} = A_{,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{C}''; \\ \mathfrak{N} = A_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}''' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}''' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}'''; \\ \mathfrak{N} = A_{,} \,.\, \mathfrak{A}' + A_{,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + A_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}'''; \\ \mathfrak{N} = B_{,} \,.\, \mathfrak{B}' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}'''; \\ \mathfrak{N} = C_{,} \,.\, \mathfrak{C}' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{C}'' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}'''. \end{array}\right\} \ldots (13)$$

Von der Richtigkeit dieser Ausdrücke kann man sich durch eine leichte Substitution versichern.

Zwischen den Ausdrücken des Systemes (1) und ihren Bestandtheilen finden ferner nachstehende Beziehungen Statt:

$$\left.\begin{array}{l}
B' \,.\, C_{,} + B'' \,.\, C_{,,} + B''' \,.\, C_{,,,} = 0; \\
C' \,.\, A_{,} + C'' \,.\, A_{,,} + C''' \,.\, A_{,,,} = 0; \\
A' \,.\, B_{,} + A'' \,.\, B_{,,} + A''' \,.\, B_{,,,} = 0; \\
C' \,.\, B_{,} + C'' \,.\, B_{,,} + C''' \,.\, B_{,,,} = 0; \\
A' \,.\, C_{,} + A'' \,.\, C_{,,} + A''' \,.\, C_{,,,} = 0; \\
B' \,.\, A_{,} + B'' \,.\, A_{,,} + B''' \,.\, A_{,,,} = 0;
\end{array}\right\} \ldots (14)$$

$$\left.\begin{array}{l}
A'' \,.\, A_{,,,} + B'' \,.\, B_{,,,} + C'' \,.\, C_{,,,} = 0; \\
A''' \,.\, A_{,} + B''' \,.\, B_{,} + C''' \,.\, C_{,} = 0; \\
A' \,.\, A_{,,} + B' \,.\, B_{,,} + C' \,.\, C_{,,} = 0; \\
A''' \,.\, A_{,,} + B''' \,.\, B_{,,} + C''' \,.\, C_{,,} = 0; \\
A' \,.\, A_{,,,} + B_{,} \,.\, B_{,,,} + C_{,} \,.\, C_{,,,} = 0; \\
A'' \,.\, A_{,} + B'' \,.\, B_{,} + C'' \,.\, C_{,} = 0.
\end{array}\right\} \ldots (15)$$

Von der Statthaftigkeit dieser Beziehungen wird man sich auf der Stelle überzeugen, wenn man in ihnen für die Gröſsen $A_{,}$ $B_{,}$ $C_{,}$ $A_{,,}$ . . . ihre Bedeutungen aus (1) setzt.

Da ferner auch die mit $\mathfrak{A}'$ $\mathfrak{B}'$ $\mathfrak{C}'$ $\mathfrak{A}''$ . . . bezeichneten Ausdrücke auf eben dieselbe Weise aus den Gröſsen $A_{,}$ $B_{,}$ $C_{,}$ $A_{,,}$ . . . zusammengesetzt sind, wie diese Grössen selbst aus den ursprünglichen A' B' C' A'' . . .; so folgt, daſs auch zwischen jenen die nämlichen Relationen obwalten werden, als zwischen diesen. Man hat sofort:

$$\left.\begin{array}{l}
B_{,} \,.\, \mathfrak{C}' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{C}'' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}''' = 0; \\
C_{,} \,.\, \mathfrak{A}' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}''' = 0; \\
A_{,} \,.\, \mathfrak{B}' + A_{,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + A_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}''' = 0; \\
C_{,} \,.\, \mathfrak{B}' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}''' = 0; \\
A_{,} \,.\, \mathfrak{C}' + A_{,,} \,.\, \mathfrak{C}'' + A_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}''' = 0; \\
B_{,} \,.\, \mathfrak{A}' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}''' = 0;
\end{array}\right\} \ldots (16)$$

$$\left.\begin{array}{l} A_{,,} \,.\, \mathfrak{A}''' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{B}''' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{C}''' = 0; \\ A_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}' = 0; \\ A_{,} \,.\, \mathfrak{A}'' + B_{,} \,.\, \mathfrak{B}'' + C_{,} \,.\, \mathfrak{C}'' = 0; \\ A_{,,,} \,.\, \mathfrak{A}'' + B_{,,,} \,.\, \mathfrak{B}'' + C_{,,,} \,.\, \mathfrak{C}'' = 0; \\ A_{,} \,.\, \mathfrak{A}''' + B_{,} \,.\, \mathfrak{B}''' + C_{,} \,.\, \mathfrak{C}''' = 0; \\ A_{,,} \,.\, \mathfrak{A}' + B_{,,} \,.\, \mathfrak{B}' + C_{,,} \,.\, \mathfrak{C}' = 0. \end{array}\right\} \ldots (17)$$

7. Wir wollen jetzt die Ausdrücke des Systemes (7.) näher entwickeln. Setzt man im Ausdrucke

$$\mathfrak{A}' = (B_{,,} \,.\, C_{,,,} - B_{,,,} \,.\, C_{,,})$$

anstatt $B_{,,}$ und $B_{,,,}$ die dafür angenommenen Ausdrücke, so erhält man

$$\mathfrak{A}' = (A' . C''' - A''' . C') . C_{,,,} - (A'' . C' - A' . C'') . C_{,,}$$

oder

$$\mathfrak{A}' = [A' . (C'' . C_{,,} + C''' . C_{,,,}) - C' . (A'' . C_{,,} + A''' . C_{,,,})].$$

Nun aber ist, gemäſs Vorhergehendem:

$$(C'' \,.\, C_{,,} + C''' \,.\, C_{,,,}) = N - C' \,.\, C_{,};$$

folglich wird man haben:

$$\mathfrak{A}' = [A' . N - C' . (A' . C_{,} + A'' . C_{,,} + A''' . C_{,,,})];$$

und wegen

$$A' \,.\, C_{,} + A'' \,.\, C_{,,} + A''' \,.\, C_{,,,} = 0$$

ist endlich $\qquad \mathfrak{A}' = A' \,.\, N.$

Auf eben diese Art lassen sich die übrigen Ausdrücke, als $\mathfrak{B}'\ \mathfrak{C}'\ \mathfrak{A}'' \ldots$, reduciren; man findet sonach die folgenden sehr merkwürdigen Beziehungen:

$$\left.\begin{array}{lll} \mathfrak{A}' = N . A'; & \mathfrak{A}'' = N . A''; & \mathfrak{A}''' = N . A'''; \\ \mathfrak{B}' = N . B'; & \mathfrak{B}'' = N . B''; & \mathfrak{B}''' = N . B'''; \\ \mathfrak{C}' = N . C'; & \mathfrak{C}'' = N . C''; & \mathfrak{C}''' = N . C'''. \end{array}\right\} (18)$$

Bringt man diese Ausdrücke von $\mathfrak{A}'\ \mathfrak{B}'\ \mathfrak{C}'\ \mathfrak{A}'' \ldots$ in die Gleichungen (8) und (9), so hat man:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{P}' = N \,.\, P'; \\ \mathfrak{P}'' = N \,.\, P''; \\ \mathfrak{P}''' = N \,.\, P'''. \end{array}\right\} \ldots (19) \qquad \left.\begin{array}{l} \mathfrak{M}' = N^2 \,.\, M'; \\ \mathfrak{M}'' = N^2 \,.\, M''; \\ \mathfrak{M}''' = N^2 \,.\, M'''. \end{array}\right\} \ldots (20)$$

Setzt man sie endlich noch in die Gleichungen (13), so zeigt eine jede von ihnen, dafs

$$\mathfrak{N} = N^2 \quad \text{sey.}$$

8. Substituirt man in den Ausdrücken des Systemes (11) für $A_{\prime}, B_{\prime}, C_{\prime}, A_{\prime\prime} \ldots$ die Bedeutungen derselben aus dem Systeme (1), so findet man nach einigen leichten und einfachen Reductionen nachstehende Formen:

$$\left.\begin{array}{l} A_{\prime}'' = (A''' . P'^2 - A'' . M'); \; A_{\prime\prime}' = (A''' . P'^2 - A' . M'') \\ B_{\prime}'' = (B''' . P'^2 - B'' . M'); \; B_{\prime\prime}' = (B''' . P'^2 - B' . M'') \\ C_{\prime}'' = (C''' . P'^2 - C'' . M'); \; C_{\prime\prime}' = (C''' . P'^2 - C' . M'') \end{array}\right\} (21)$$

$$\left.\begin{array}{l} A_{\prime}''' = (A'' . P'''^2 - A''' . M'); \; A_{\prime\prime\prime}' = (A'' . P'^2 - A' . M''') \\ B_{\prime}''' = (B'' . P'''^2 - B''' . M'); \; B_{\prime\prime\prime}' = (B'' . P'^2 - B' . M''') \\ C_{\prime}''' = (C'' . P'''^2 - C''' . M'); \; C_{\prime\prime\prime}' = (C'' . P'^2 - C' . M''') \end{array}\right\} (22)$$

$$\left.\begin{array}{l} A_{\prime\prime}''' = (A' . P'''^2 - A''' . M''); \; A_{\prime\prime\prime}'' = (A' . P''^2 - A'' . M''') \\ B_{\prime\prime}''' = (B' . P'''^2 - B''' . M''); \; B_{\prime\prime\prime}'' = (B' , P''^2 - B'' . M''') \\ C_{\prime\prime}''' = (C' . P'''^2 - C''' . M''); \; C_{\prime\prime\prime}'' = (C' . P''^2 - C'' . M''') \end{array}\right\} (23)$$

9. Wenn man von den drei Gleichungen:

$$M'' = A' . A''' + B' . B''' + C' . C''';$$
$$M''' = A' . A'' + B' . B'' + C' . C'';$$
$$P'^2 = A' . A' + B' . B' + C' . C';$$

die erste mit $A_{\prime\prime\prime}$, die zweite mit $A_{\prime\prime}$, und die dritte mit $A_{\prime}$ multiplicirt, und hierauf addirt; so erhält man, wegen

$$A' \; A_{\prime} + A'' . A_{\prime\prime} + A''' . A_{\prime\prime\prime} = N;$$
$$B' . B_{\prime} + B'' . A_{\prime\prime} + B''' . A_{\prime\prime\prime} = 0;$$
$$C' . A_{\prime} + C'' . A_{\prime\prime} + C''' . A_{\prime\prime\prime} = 0;$$

die Gleichung:

$$P'^2 . A_{\prime} + M''' . A_{\prime\prime} + M'' . A_{\prime\prime\prime} = N . A' = \mathfrak{A}'.$$

Diese Gleichung würde man auch noch erhalten können, wenn man von jenen drei letzten Gleichungen

die erste mit A', die zweite mit B', und die dritte mit C' multiplicirt hätte; ihre Summe gibt sodann gleichfalls die schon gefundene Relation.

Aufser dieser existiren zwischen PMN und den Gröfsen ABC noch acht ähnliche, die man auf gleiche Weise, wie die schon gefundene, aus den vorhergehenden ableiten kann; so dafs man das nachstehende System von neun Relationen haben wird:

$$\left.\begin{array}{l} N.A' = \mathfrak{A}' = P'^2.A_{\prime} + M'''.A_{\prime\prime} + M''.A_{\prime\prime\prime}; \\ N.B' = \mathfrak{B}' = P'^2.B_{\prime} + M'''.B_{\prime\prime} + M''.B_{\prime\prime\prime}; \\ N.C' = \mathfrak{C}' = P'^2.C_{\prime} + M'''.C_{\prime\prime} + M''.C_{\prime\prime\prime}; \end{array}\right\} (24)$$

$$\left.\begin{array}{l} N.A'' = \mathfrak{A}'' = M'''.A_{\prime} + P''^2.A_{\prime\prime} + M'.A_{\prime\prime\prime}; \\ N.B'' = \mathfrak{B}'' = M'''.B_{\prime} + P''^2.B_{\prime\prime} + M'.B_{\prime\prime\prime}; \\ N.C'' = \mathfrak{C}'' = M'''.C_{\prime} + P''^2.C_{\prime\prime} + M'.C_{\prime\prime\prime}; \end{array}\right\} (25)$$

$$\left.\begin{array}{l} N.A''' = \mathfrak{A}''' = M''.A_{\prime} + M'.A_{\prime\prime} + P'''^2.A_{\prime\prime\prime}; \\ N.B''' = \mathfrak{B}''' = M''.B_{\prime} + M'.B_{\prime\prime} + P'''^2.B_{\prime\prime\prime}; \\ N.C''' = \mathfrak{C}''' = M''.C_{\prime} + M'.C_{\prime\prime} + P'''^2.C_{\prime\prime\prime}. \end{array}\right\} (26)$$

10. Wenn wir jetzt, dem Vorhergehenden analog, von den drei Gleichungen:

$$M_{\prime\prime} = A_{\prime} \,.\, A_{\prime\prime\prime} + B_{\prime} \,.\, B_{\prime\prime\prime} + C_{\prime} \,.\, C_{\prime\prime\prime};$$
$$M_{\prime\prime\prime} = A_{\prime} \,.\, A_{\prime\prime} + B_{\prime} \,.\, B_{\prime\prime} + C_{\prime} \,.\, C_{\prime\prime};$$
$$P_{\prime}^2 = A_{\prime} \,.\, A_{\prime} + B_{\prime} \,.\, B_{\prime} + C_{\prime} \,.\, C_{\prime};$$

die erste mit A''', die zweite mit A'', und die dritte mit A' multiplicirt, so gibt ihre Summe, wegen:

$$A' \,.\, A_{\prime} + A'' \,.\, A_{\prime\prime} + A''' \,.\, A_{\prime\prime\prime} = N;$$
$$A' \,.\, B_{\prime} + A'' \,.\, B_{\prime\prime} + A''' \,.\, B_{\prime\prime\prime} = 0;$$
$$A' \,.\, C_{\prime} + A'' \,.\, C_{\prime\prime} + A''' \,.\, C_{\prime\prime\prime} = 0:$$

nachstehende Gleichung:

$$N \,.\, A_{\prime} = A' \,.\, P_{\prime}^2 + M_{\prime\prime\prime} \,.\, A'' + M_{\prime\prime} \,.\, A'''.$$

Diese Gleichung würde auch noch zum Vorschein kommen, wenn man von den letzten drei Gleichungen

die erste mit $A_{,}$, die zweite mit $B_{,}$, und die dritte mit $C_{,}$ multiplicirt, und hierauf addirt hätte.

Außer der gefundenen Gleichung lassen sich noch acht ähnliche auf dieselbe Weise erhalten, auf welche man jene erhielt; so daſs man nun nachstehendes System von neun Relationen haben wird:

$$\left.\begin{aligned}
N\,.\,A_{,} &= P^2_{,}\,.\,A' + M_{,,,}\,.\,A'' + M_{,,}\,.\,A''';\\
N\,.\,B_{,} &= P^2_{,}\,.\,B' + M_{,,,}\,.\,B'' + M_{,,}\,.\,B''';\\
N\,.\,C_{,} &= P^2_{,}\,.\,C_{,} + M_{,,,}\,.\,C'' + M_{,,}\,.\,C''';
\end{aligned}\right\}\;(27)$$

$$\left.\begin{aligned}
N\,.\,A_{,,} &= M_{,,,}\,.\,A' + P^2_{,,}\,.\,A'' + M_{,}\,.\,A''':\\
N\,.\,B_{,,} &= M_{,,,}\,.\,B' + P^2_{,,}\,.\,B'' + M_{,}\,.\,B''';\\
N\,.\,C_{,,} &= M_{,,,}\,.\,C' + P^2_{,,}\,.\,C'' + M_{,}\,.\,C''';
\end{aligned}\right\}\;(28)$$

$$\left.\begin{aligned}
N\,.\,A_{,,,} &= M_{,,}\,.\,A' + M_{,}\,.\,A'' + P^2_{,,,}\,.\,A''';\\
N\,.\,B_{,,,} &= M_{,,}\,.\,B' + M_{,}\,.\,B'' + P^2_{,,,}\,.\,B''';\\
N\,.\,C_{,,,} &= M_{,,}\,.\,C' + M_{,}\,.\,C'' + P^2_{,,,}\,.\,C'''.
\end{aligned}\right\}\;(29)$$

Sowohl aus den Relationen (24), (25), (26), als auch aus (27), (28), (29) können neue hergeleitet werden, wenn man jene mit N^2, und diese mit N multiplicirt, und von den Relationen (18), (19), (20) Gebrauch macht. So z. B. ist

$$N^3\,.\,A' = N^2\,.\,\mathfrak{A}' = \mathfrak{P}'^2\,.\,A' + \mathfrak{M}'''\,.\,A_{,,} + \mathfrak{M}''\,.\,A_{,,,};$$

u. s. w.

$$N^2\,.\,A_{,} = P^2_{,}\,.\,\mathfrak{A}' + M_{,,,}\,.\,\mathfrak{A}_{,,} + M_{,,}\,.\,\mathfrak{A}_{,,,};$$

u. s. w.

11. Wenn man von den Gleichungen des Systemes (27):

$$N\,.\,B_{,} = P^2_{,}\,.\,B' + M_{,,,}\,.\,B'' + M_{,,}\,.\,B''';$$
$$N\,.\,C_{,} = P^2_{,}\,.\,C' + M_{,,,}\,.\,C'' + M_{,,}\,.\,C''';$$

die erste mit C'', die andere mit B'' multiplicirt, und hierauf von einander subtrahirt; so wird man erhalten:

$$N \, . \, (B_{,} C^{\prime\prime} - C_{,} B^{\prime\prime}) =$$
$$= P_{,}^{2} (B^{\prime} C^{\prime\prime} - B^{\prime\prime} C^{\prime}) - M_{,,} \, . \, (B^{\prime\prime} C^{\prime\prime\prime} - B^{\prime\prime\prime} C^{\prime\prime})$$

oder $N \, . \, A_{,}^{\prime\prime} = (P_{,}^{2} \, . \, A_{,,,} - M_{,,} \, . \, A_{,})$.

Diesem Ausdrucke analog findet man auch noch alle übrigen, für $N \, . \, B_{,}^{\prime\prime}$; $N \, . \, C_{,}^{\prime\prime}$; u. s. w. Man wird folglich nachstehendes System von Relationen erhalten:

$$\left.\begin{array}{l} N.A_{,}^{\prime\prime} = P_{,}^{2} . A_{,,,} - M_{,,} . A_{,} ; \; N.A_{,,}^{\prime} = P_{,,}^{2} . A_{,,,} - M_{,} . A_{,,} \\ N.B_{,}^{\prime\prime} = P_{,}^{2} . B_{,,,} - M_{,,} . B_{,} ; \; N.B_{,,}^{\prime} = P_{,,}^{2} . B_{,,,} - M_{,} . B_{,,} \\ N.C_{,}^{\prime\prime} = P_{,}^{2} . C_{,,,} - M_{,,} . C_{,} ; \; N.C_{,,}^{\prime} = P_{,,}^{2} . C_{,,,} - M_{,} . C_{,,} \end{array}\right\} (30)$$

$$\left.\begin{array}{l} N.A_{,}^{\prime\prime\prime} = P_{,}^{2} . A_{,,} - M_{,,,} . A_{,} ; \; N.A_{,,,}^{\prime} = P_{,,,}^{2} . A_{,,} - M_{,} . A_{,,,} \\ N.B_{,}^{\prime\prime\prime} = P_{,}^{2} . B_{,,} - M_{,,,} . B_{,} ; \; N.B_{,,,}^{\prime} = P_{,,,}^{2} . B_{,,} - M_{,} . B_{,,,} \\ N.C_{,}^{\prime\prime\prime} = P_{,}^{2} . C_{,,} - M_{,,,} . C_{,} ; \; N.C_{,,,}^{\prime} = P_{,,,}^{2} . C_{,,} - M_{,} . C_{,,,} \end{array}\right\} (31)$$

$$\left.\begin{array}{l} N.A_{,,}^{\prime\prime\prime} = P_{,,}^{2} . A_{,} - M_{,,,} . A_{,,} ; \; N.A_{,,,}^{\prime\prime} = P_{,,,}^{2} . A_{,} - M_{,,} . A_{,,,} \\ N.B_{,,}^{\prime\prime\prime} = P_{,,}^{2} . B_{,} - M_{,,,} . B_{,,} ; \; N.B_{,,,}^{\prime\prime} = P_{,,,}^{2} . B_{,} - M_{,,} . B_{,,,} \\ N.C_{,,}^{\prime\prime\prime} = P_{,,}^{2} . C_{,} - M_{,,,} . C_{,,} ; \; N.C_{,,,}^{\prime\prime} = P_{,,,}^{2} . C_{,} - M_{,,} . C_{,,,} \end{array}\right\} (32)$$

12. Wir wollen jetzt den Ausdruck

$$(A_{,,} \, . \, M_{,,} - A_{,,,} \, . \, M_{,,,})$$

entwickeln. Setzt man für $M_{,} \, M_{,,}$ ihre Bedeutungen, so erhält man:

$$(A_{,,} . M_{,,} - A_{,,,} . M_{,,,}) = \left\{\begin{array}{l} A_{,,} . B_{,} B_{,,,} + A_{,,} . C_{,} C_{,,,} \\ - A_{,,,} . B_{,} B_{,,} - A_{,,,} . C_{,} C_{,,} \end{array}\right\}$$
$$= [B_{,} . (A_{,,} . B_{,,,} - A_{,,,} . B_{,,}) - C_{,} . (A_{,,,} . C_{,,} - A_{,,} . C_{,,,})]$$
$$= (B_{,} . \mathfrak{C}^{\prime} - C_{,} . \mathfrak{B}^{\prime}) = N . (B_{,} . C^{\prime} - C_{,} . B^{\prime}).$$

Nun findet man auf gleiche Weise:

$$(B_{,} \, . \, C^{\prime} - C_{,} \, . \, B^{\prime}) = (A^{\prime\prime\prime} \, . \, M^{\prime\prime\prime} - A^{\prime\prime} \, . \, M^{\prime\prime});$$

folglich hat man:

$$(A_{,,} . M_{,,} - A_{,,,} . M_{,,,}) = N . (A^{\prime\prime\prime} . M^{\prime\prime\prime} - A^{\prime\prime} . M^{\prime\prime}),$$

woraus

$$N = \left(\frac{A_{,,} . M_{,,} - A_{,,,} . M_{,,,}}{A''' . M''' - A'' . M''}\right) = - \left(\frac{A_{,,} . M_{,,} - A_{,,,} . M_{,,,}}{A'' . M'' - A''' . M'''}\right)$$

folgt. Diesem Ausdrucke analog hat man nun:

$$\left.\begin{aligned}
N &= - \frac{A_{,,} M_{,,} - A_{,,,} M_{,,,}}{A'' M'' - A''' M'''} = - \frac{A_{,,,} M_{,,,} - A_{,} M_{,}}{A''' M''' - A' M'} \\
&= - \frac{A_{,} M_{,} - A_{,,} M_{,,}}{A' M' - A'' M''}; \\
N &= - \frac{B_{,} M_{,,} - B_{,,,} M_{,,,}}{B'' M'' - B''' M'''} = - \frac{B_{,,,} M_{,,,} - B_{,} M_{,}}{B''' M''' - B' M'} \\
&= - \frac{B_{,} M_{,} - B_{,,} M_{,,}}{B' M' - B'' M''}; \\
N &= - \frac{C_{,,} M_{,,} - C_{,,,} M_{,,,}}{C'' M'' - C''' M'''} = - \frac{C_{,,,} M_{,,,} - C_{,} M_{,}}{C''' M''' - C' M} \\
&= - \frac{C_{,} M_{,} - C_{,,} M_{,,}}{B\ M' - C'' M''}.
\end{aligned}\right\} (33)$$

13. Wenn man im Ausdrucke

$$(B''' . C_{,}'' - C''' . B_{,}'')$$

für $C_{,}''$ $B_{,}''$ ihre Bedeutungen aus den Gleichungen (11) setzt, so hat man dafür:

$$[B''' . (B'' A_{,} - A'' B_{,}) - C''' . (A'' C_{,} - C'' A_{,})]$$

oder

$$[A_{,} . (B'' B''' + C'' C''') - A'' . (B''' B_{,} + C''' C_{,})]$$

oder

$$[A_{,} . (M' - A'' A''') + A'' . A''' . A_{,}] = A_{,} . M'.$$

Auf eben diese Form würde sich der Ausdruck

$$(C'' . B_{,}''' - B'' . C_{,}''')$$

reduciren. Sonach erhält man das nachstehende System von Relationen:

$$\left.\begin{aligned}
A_{,} . M' &= B''' . C_{,}'' - C''' . B_{,}'' = C'' . B_{,}''' - B'' . C_{,}''' \\
B_{,} . M' &= C''' . A_{,}'' - A''' . C_{,}'' = A'' . C_{,}''' - C'' . A_{,}''' \\
C_{,} . M' &= A''' . B_{,}'' - B''' . A_{,}'' = B'' . A_{,}''' - A'' . B_{,}'''
\end{aligned}\right\} (34)$$

$$\left.\begin{aligned} A_{,,}\,.\,M'' &= B'\,.\,C'''_{,,} - C'\,.\,B'''_{,,} = C'''\,.\,B'_{,,} - B'''\,.\,C'_{,,} \\ B_{,,}\,.\,M'' &= C'\,.\,A'''_{,,} - A'\,.\,C'''_{,,} = A'''\,.\,C'_{,,} - C'''\,.\,A'_{,,} \\ C_{,,}\,.\,M'' &= A'\,.\,B'''_{,,} - B'\,.\,A'''_{,,} = B'''\,.\,A'_{,,} - A'''\,.\,B'_{,,} \end{aligned}\right\} (35)$$

$$\left.\begin{aligned} A_{,,,}\,.\,M''' &= B''\,.\,C'_{,,,} - C''\,.\,B'_{,,,} = C'\,.\,B''_{,,,} - B'\,.\,C''_{,,,} \\ B_{,,,}\,.\,M''' &= C''\,.\,A'_{,,,} - A''\,.\,C'_{,,,} = A'\,.\,C''_{,,,} - C'\,.\,A''_{,,,} \\ C_{,,,}\,.\,M''' &= A''\,.\,B'_{,,,} - B''\,.\,A'_{,,,} = B'\,.\,A''_{,,,} - A'\,.\,B''_{,,,} \end{aligned}\right\} (36)$$

14. Setzen wir im Ausdrucke

$$(B_{,,,}\ .\ C'_{,,} - C_{,,,}\ .\ B'_{,,})$$

anstatt $C'_{,,}$ $B'_{,,}$ ihre Bedeutungen aus (11); so erhalten wir:

$$[B_{,,,}\ .\ (A' B_{,,} - A_{,,} B') - C_{,,,}\ .\ (C' A_{,,} - A' C_{,,})],$$

und dieser Ausdruck reducirt sich leicht auf die Form:

$$A'\ .\ M_{,}.$$

Auf eben diese Form reducirt sich auch noch der Ausdruck:

$$(C''\ .\ B'_{,,,} - B_{,,}\ .\ C'_{,,}).$$

Man hat also nachstehende, den vorhergehenden analoge Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} A'\,.\,M_{,} &= B_{,,,}\,.\,C'_{,,} - C_{,,,}\,.\,B'_{,,} = C_{,,}\,.\,B'_{,,,} - B_{,,}\,.\,C'_{,,,} \\ B'\,.\,M_{,} &= C_{,,,}\,.\,A'_{,,} - A_{,,,}\,.\,C'_{,,} = A_{,,}\,.\,C'_{,,,} - C_{,,}\,.\,A'_{,,,} \\ C'\,.\,M_{,} &= A_{,,,}\,.\,B'_{,,} - B_{,,,}\,.\,A'_{,,} = B_{,,}\,.\,A'_{,,,} - A_{,,}\,.\,B'_{,,,} \end{aligned}\right\} (37)$$

$$\left.\begin{aligned} A''\,.\,M_{,,} &= B_{,}\,.\,C''_{,,,} - C_{,}\,.\,B''_{,,,} = C_{,,,}\,.\,B''_{,} - B_{,,,}\,.\,C''_{,} \\ B''\,.\,M_{,,} &= C_{,}\,.\,A''_{,,,} - A_{,}\,.\,C''_{,,,} = A_{,,,}\,.\,C''_{,} - C_{,,,}\,.\,A''_{,} \\ C''\,.\,M_{,,} &= A_{,}\,.\,B''_{,,,} - B_{,}\,.\,A''_{,,,} = B_{,,,}\,.\,A''_{,} - A_{,,,}\,.\,B''_{,} \end{aligned}\right\} (38)$$

$$\left.\begin{aligned} A'''\,.\,M_{,,,} &= B_{,,}\,.\,C'''_{,} - C_{,,}\,.\,B'''_{,} = C_{,}\,.\,B'''_{,,} - B_{,}\,.\,C'''_{,,} \\ B'''\,.\,M_{,,,} &= C_{,,}\,.\,A'''_{,} - A_{,,}\,.\,C'''_{,} = A_{,}\,.\,C'''_{,,} - C_{,}\,.\,A'''_{,,} \\ C'''\,.\,M_{,,,} &= A_{,,}\,.\,B'''_{,} - B_{,,}\,.\,A'''_{,} = B_{,}\,.\,A'''_{,,} - A_{,}\,.\,B'''_{,,} \end{aligned}\right\} (39)$$

15. Wenn man durch dasselbe Verfahren, das in

den beiden vorhergehenden Art. gebraucht wurde, den Ausdruck

$$(C_{\prime\prime} \,.\, B'''_{\prime\prime} - B_{\prime\prime} \,.\, C'''_{\prime\prime})$$

reducirt; so wird man finden, dafs dieser Ausdruck endlich auf die einfache Form

$$A''' \,.\, P^2_{\prime\prime}$$

gebracht werde. Diesem analog hat man nun:

$$\left.\begin{array}{l}
B'''_{\prime\prime} \,.\, C_{\prime\prime} - B_{\prime\prime} \,.\, C'''_{\prime\prime} = A''' \,.\, P^2_{\prime\prime}; \\
B'_{\prime\prime\prime} \,.\, C_{\prime\prime\prime} - B_{\prime\prime\prime} \,.\, C'_{\prime\prime\prime} = A' \,.\, P^2_{\prime\prime\prime}; \\
B''_{\prime} \,.\, C_{\prime} - B_{\prime} \,.\, C''_{\prime} = A'' \,.\, P^2_{\prime}; \\
B_{\prime\prime\prime} \,.\, C''_{\prime\prime\prime} - B''_{\prime\prime\prime} \,.\, C_{\prime\prime\prime} = A'' \,.\, P^2_{\prime\prime\prime}; \\
B_{\prime} \,.\, C'''_{\prime} - B'''_{\prime} \,.\, C_{\prime} = A''' \,.\, P^2_{\prime}; \\
B_{\prime\prime} \,.\, C'_{\prime\prime} - B'_{\prime\prime} \,.\, C_{\prime\prime} = A' \,.\, P^2_{\prime\prime}.
\end{array}\right\} \quad \ldots \; (40)$$

Aus diesem Systeme erhält man noch zwei analoge, wenn man nur B und C mit A verwechselt.

16. Reducirt man den Ausdruck:

$$(B''_{\prime\prime\prime} \,.\, C'' - B'' \,.\, C''_{\prime\prime\prime});$$

so wird man finden, dafs er $= A_{\prime\prime\prime} \,.\, P''^2$ werde. Man hat folglich, diesem Ausdrucke analog:

$$\left.\begin{array}{l}
B''_{\prime\prime\prime} \,.\, C'' - B'' \,.\, C''_{\prime\prime\prime} = A_{\prime\prime\prime} \,.\, P''^2; \\
B'''_{\prime} \,.\, C''' - B''' \,.\, C'''_{\prime} = A_{\prime} \,.\, P'''^2; \\
B'_{\prime\prime} \,.\, C' - B' \,.\, C'_{\prime\prime} = A_{\prime\prime} \,.\, P'^2; \\
B''' \,.\, C'''_{\prime\prime} - B'''_{\prime\prime} \,.\, C''' = A_{\prime\prime} \,.\, P'''^2; \\
B' \,.\, C'_{\prime\prime\prime} - B'_{\prime\prime\prime} \,.\, C' = A_{\prime\prime\prime} \,.\, P'^2; \\
B'' \,.\, C''_{\prime} - B''_{\prime} \,.\, C'' = A_{\prime} \,.\, P''^2.
\end{array}\right\} \quad \ldots \; (41)$$

Aufser diesem Systeme existiren noch zwei ähnliche, die man hieraus unmittelbar erhält, wenn man nur B und C mit A vertauscht.

17. Der Ausdruck

$$(B^{\prime}_{\prime\prime\prime} \,.\, C^{\prime}_{\prime\prime} - B^{\prime}_{\prime\prime} \,.\, C^{\prime}_{\prime\prime\prime})$$

wird nach einigen leichten Reductionen auf die Form

$$N \,.\, A^{\prime} \,.\, P^{\prime 2}$$

zurückgebracht werden. Man wird daher haben:

$$\left.\begin{array}{l} B^{\prime}_{\prime\prime\prime} \,.\, C^{\prime}_{\prime\prime} - B^{\prime}_{\prime\prime} \,.\, C^{\prime}_{\prime\prime\prime} = N \,.\, A^{\prime} \,.\, P^{\prime 2}; \\ B^{\prime\prime}_{\prime} \,.\, C^{\prime\prime}_{\prime\prime\prime} - B^{\prime\prime}_{\prime\prime\prime} \,.\, C^{\prime\prime}_{\prime} = N \,.\, A^{\prime\prime} \,.\, P^{\prime\prime 2}; \\ B^{\prime\prime\prime}_{\prime\prime} \,.\, C^{\prime\prime\prime}_{\prime} - B^{\prime\prime\prime}_{\prime} \,.\, C^{\prime\prime\prime}_{\prime\prime} = N \,.\, A^{\prime\prime\prime} \,.\, P^{\prime\prime\prime 2}. \end{array}\right\} \ldots (42)$$

Diesem Systeme analog erhält man durch Vertauschung der Buchstaben B und C mit A noch zwei ähnliche.

Endlich findet man noch:

$$\left.\begin{array}{l} B^{\prime\prime\prime}_{\prime} \,.\, C^{\prime\prime}_{\prime} - B^{\prime\prime}_{\prime} \,.\, C^{\prime\prime\prime}_{\prime} = A_{\prime} \,.\, P^{2}_{\prime}; \\ B^{\prime}_{\prime\prime} \,.\, C^{\prime\prime\prime}_{\prime\prime} - B^{\prime\prime\prime}_{\prime\prime} \,.\, C^{\prime}_{\prime\prime} = A_{\prime\prime} \,.\, P^{2}_{\prime\prime}; \\ B^{\prime\prime}_{\prime\prime\prime} \,.\, C^{\prime}_{\prime\prime\prime} - B^{\prime}_{\prime\prime\prime} \,.\, C^{\prime\prime}_{\prime\prime\prime} = A_{\prime\prime\prime} \,.\, P^{2}_{\prime\prime\prime}. \end{array}\right\} \ldots (43)$$

Und neben diesem existiren noch zwei ihm analoge Systeme, die man durch Vertauschung der Buchstaben B und C mit A erhält.

18. Bisher haben wir die Entwicklungen nur solcher Zusammensetzungen aus den accentuirten Gröſsen $A B C$ gegeben, welche sich als *Binomien* darstellen. Es ist interessant, auch noch einige Entwicklungen solcher Ausdrücke kennen zu lernen, welche sich als *Trinomien* darstellen. Diese werden insgemein durch schickliche Verbindungen der bereits entwickelten Binomien gefunden.

Wenn man von den drei Gleichungen des Systemes (21)

$$\left.\begin{array}{l} A^{\prime\prime}_{\prime} = A^{\prime\prime} \,.\, P^{\prime\prime 2} - A^{\prime\prime} \,.\, M^{\prime}; \\ B^{\prime\prime}_{\prime} = B^{\prime\prime\prime} \,.\, P^{\prime\prime 2} - B^{\prime\prime} \,.\, M^{\prime}; \\ C^{\prime\prime}_{\prime} = C^{\prime\prime\prime} \,.\, P^{\prime\prime 2} - C^{\prime\prime} \,.\, M^{\prime}; \end{array}\right\} \ldots (\alpha)$$

die erste mit A'', die zweite mit B'', und die dritte mit C'' multiplicirt, und hierauf addirt, so erhält man:

$$A'' \cdot A''_{,} + B'' \cdot B''_{,} + C'' \cdot C''_{,} = 0.$$

Dieser Gleichung analog hat man nun:

$$\left.\begin{array}{l}
A'' \cdot A''_{,} + B'' \cdot B''_{,} + C'' \cdot C''_{,} = 0; \\
A''' \cdot A'''_{,} + B''' \cdot B'''_{,} + C''' \cdot C'''_{,} = 0; \\
A' \cdot A'_{,,} + B' \cdot B'_{,,} + C' \cdot C'_{,,} = 0; \\
A''' \cdot A'''_{,,} + B''' \cdot B'''_{,,} + C''' \cdot C'''_{,,} = 0; \\
A' \cdot A'_{,,,} + B' \cdot B'_{,,,} + C' \cdot C'_{,,,} = 0; \\
A'' \cdot A''_{,,,} + B'' \cdot B''_{,,,} + C'' \cdot C''_{,,,} = 0.
\end{array}\right\} \ldots (44)$$

Multiplicirt man hingegen dieselben Gleichungen (α) respective mit $A_{,}$ $B_{,}$ $C_{,}$; so wird ihre Summe geben:

$$A_{,} \cdot A''_{,} + B_{,} \cdot B''_{,} + C_{,} \cdot C''_{,} = 0.$$

Dieser Gleichung analog hat man nun folgende:

$$\left.\begin{array}{l}
A_{,} \cdot A''_{,} + B_{,} \cdot B''_{,} + C_{,} \cdot C''_{,} = 0; \\
A_{,} \cdot A'''_{,} + B_{,} \cdot B'''_{,} + C_{,} \cdot C'''_{,} = 0; \\
A_{,,} \cdot A'_{,,} + B_{,,} \cdot B'_{,,} + C_{,,} \cdot C'_{,,} = 0; \\
A_{,,} \cdot A'''_{,,} + B_{,,} \cdot B'''_{,,} + C_{,,} \cdot C'''_{,,} = 0; \\
A_{,,,} \cdot A'_{,,,} + B_{,,,} \cdot B'_{,,,} + C_{,,,} \cdot C'_{,,,} = 0; \\
A_{,,,} \cdot A''_{,,,} + B_{,,,} \cdot B''_{,,,} + C_{,,,} \cdot C''_{,,,} = 0.
\end{array}\right\} \ldots (45)$$

Multiplicirt man die Gleichung (α) respective mit $A_{,,}$, $B_{,,}$, $C_{,,}$; so gibt ihre Summe die Gleichung:

$$A_{,,} \cdot A''_{,} + B_{,,} \cdot B''_{,} + C_{,,} \cdot C''_{,} = -N \cdot M'.$$

Eben so ist:

$$\left.\begin{array}{l}
A_{,,,} \cdot A'''_{,} + B_{,,,} \cdot B'''_{,} + C_{,,,} \cdot C'''_{,} = -N \cdot M'; \\
A_{,} \cdot A'_{,,} + B_{,} \cdot B'_{,,} + C_{,} \cdot C'_{,,} = -N \cdot M''; \\
A_{,,,} \cdot A'''_{,,} + B_{,,,} \cdot B'''_{,,} + C_{,,,} \cdot C'''_{,,} = -N \cdot M''; \\
A_{,} \cdot A'_{,,,} + B_{,} \cdot B'_{,,,} + C_{,} \cdot C'_{,,,} = -N \cdot M'''; \\
A_{,,} \cdot A''_{,,,} + B_{,,} \cdot B''_{,,,} + C_{,,} \cdot C''_{,,,} = -N \cdot M'''.
\end{array}\right\} (46)$$

Werden die Gleichungen (α) respective mit $A_{,,,}$, $B_{,,,}$, $C_{,,,}$ multiplicirt, und hierauf addirt, so erhält man:

$$A_{,,,} \,.\, A''_{,} + B_{,,,} \,.\, B''_{,} + C_{,,,} \,.\, C''_{,} = N \,.\, P''^{2}.$$

Dieser Gleichung analog erhält man noch fünf andere, so daſs man nachstehendes System von Relationen erhalten wird:

$$\left.\begin{array}{l} A_{,,} \,.\, A'_{,,,} + B_{,,} \,.\, B'_{,,,} + C_{,,} \,.\, C'_{,,,} = N \,.\, P'^{2}; \\ A_{,,,} \,.\, A'_{,,} + B_{,,,} \,.\, B'_{,,} + C_{,,,} \,.\, C'_{,,} = N \,.\, P'^{2}; \\ A_{,} \,.\, A''_{,,,} + B_{,} \,.\, B''_{,,,} + C_{,} \,.\, C''_{,,,} = N \,.\, P''^{2}; \\ A_{,,,} \,.\, A''_{,} + B_{,,,} \,.\, B''_{,} + C_{,,,} \,.\, C''_{,} = N \,.\, P''^{2}; \\ A_{,} \,.\, A'''_{,,} + B_{,} \,.\, B'''_{,,} + C_{,} \,.\, C'''_{,,} = N \,.\, P'''^{2}; \\ A_{,,} \,.\, A'''_{,} + B_{,,} \,.\, B'''_{,} + C_{,,} \,.\, C'''_{,} = N \,.\, P'''^{2}. \end{array}\right\} \quad (47)$$

19. Wenn wir von den drei Gleichungen des Systems (30):

$$\left.\begin{array}{l} N \,.\, A''_{,} = P^{2}_{,} \,.\, A_{,,,} - M_{,,} \,.\, A_{,}; \\ N \,.\, B''_{,} = P^{2}_{,} \,.\, B_{,,,} - M_{,,} \,.\, B_{,}; \\ N \,.\, C''_{,} = P^{2}_{,} \,.\, C_{,,,} - M_{,,} \,.\, C_{,}; \end{array}\right\} \ldots (\beta)$$

die erste mit A''', die zweite mit B''', und die dritte mit C''' multipliciren, und hierauf addiren, so erhält man nachstehende:

$$A''' \,.\, A''_{,} + B''' \,.\, B''_{,} + C''' \,.\, C''_{,} = P^{2}_{,}.$$

Dieser Gleichung analog hat man noch fünf andere, so daſs man folgendes System von Relationen erhalten wird:

$$\left.\begin{array}{l} A''' \,.\, A''_{,} + B''' \,.\, B''_{,} + C''' \,.\, C''_{,} = P^{2}_{,}; \\ A'' \,.\, A'''_{,} + B'' \,.\, B'''_{,} + C'' \,.\, C'''_{,} = P^{2}_{,}; \\ A''' \,.\, A'_{,,} + B''' \,.\, B'_{,,} + C''' \,.\, C'_{,,} = P^{2}_{,,}; \\ A' \,.\, A'''_{,,} + B' \,.\, B'''_{,,} + C' \,.\, C'''_{,,} = P^{2}_{,,}; \\ A'' \,.\, A'_{,,,} + B'' \,.\, B'_{,,,} + C'' \,.\, C'_{,,,} = P^{2}_{,,,}; \\ A' \,.\, A''_{,,,} + B' \,.\, B''_{,,,} + C' \,.\, C''_{,,,} = P^{2}_{,,,}. \end{array}\right\} \ldots (48)$$

Wenn man dieselben Gleichungen (β) respective mit A', B', C' multiplicirt, und hierauf addirt, so wird man erhalten:

$$A' \,.\, A''_{,} + B' \,.\, B''_{,} + C' \,.\, C''_{,} = - M_{,,}.$$

Dieser Relation analog existiren noch fünf andere, und man wird nun nachstehendes System haben:

$$\left.\begin{array}{l} A'' \,.\, A'_{,,} + B'' \,.\, B'_{,,} + C'' \,.\, C'_{,,} = - M_{,}; \\ A''' \,.\, A'_{,,,} + B''' \,.\, B'_{,,,} + C''' \,.\, C'_{,,,} = - M_{,}; \\ A' \,.\, A''_{,} + B' \,.\, B''_{,} + C' \,.\, C''_{,} = - M_{,,}; \\ A''' \,.\, A''_{,,,} + B''' \,.\, B''_{,,,} + C''' \,.\, C''_{,,,} = - M_{,,}; \\ A' \,.\, A'''_{,} + B' \,.\, B'''_{,} + C' \,.\, C'''_{,} = - M_{,,,}; \\ A'' \,.\, A'''_{,,} + B'' \,.\, B'''_{,,} + C'' \,.\, C'''_{,,} = - M_{,,,}. \end{array}\right\} (49)$$

20. Die in den beiden vorhergehenden Art. entwickelten Relationen lassen sich auch durch schickliche Verbindungen der in den Art. 13, 14, 15, 16, 17 gefundenen Gleichungen erhalten. So z. B. multiplicire man von den drei folgenden Gleichungen des Systemes (34):

$$\left.\begin{array}{l} A_{,} \,.\, M' = B''' \,.\, C''_{,} - C''' \,.\, B''_{,}; \\ B_{,} \,.\, M' = C''' \,.\, A''_{,} - A''' \,.\, C''_{,}; \\ C_{,} \,.\, M' = A''' \,.\, B''_{,} - B''' \,.\, A''_{,}; \end{array}\right\} \cdots\cdots (\gamma)$$

die erste mit A', die zweite mit B', die dritte mit C', und addire, so wird man haben:

$$N \,.\, M' = A''_{,} \,.\, (B' C''' - B''' C') + B''_{,} \,.\, (C' A''' - C''' A') + C''_{,} \,.\, (A' B''' - A''' B'),$$

d. i. $N \,.\, M' = - (A_{,,} \,.\, A''_{,} + B_{,,} \,.\, B''_{,} + C_{,,} \,.\, C''_{,})$,

wodurch die erste der Gleichungen (46) zum Vorschein kommt.

Wir wollen jetzt die nämlichen Gleichungen (γ) respective mit $A_{,}$, $B_{,}$, $C_{,}$ multipliciren, und hierauf addi-

ren, so wird man haben:

$$P^2_{,} \cdot M' = A''_{,} \cdot (B_{,} C''' - B''' C_{,}) + B''_{,} \cdot (C_{,} A''' - C''' A_{,}) + C''_{,} \cdot (A_{,} B''' - A''' B_{,})$$

$$= - [A''_{,} \cdot A'''_{,} + B''_{,} \cdot B'''_{,} + C''_{,} \cdot C'''_{,}].$$

Hieraus ergibt sich nun das nachstehende System:

$$\left.\begin{array}{l} A''_{,} \cdot A'''_{,} + B''_{,} \cdot B'''_{,} + C''_{,} \cdot C'''_{,} = - M' \cdot P^2_{,} \\ A'''_{,,} \cdot A'_{,,} + B'''_{,,} \cdot B'_{,,} + C'''_{,,} \cdot C'_{,,} = - M'' \cdot P^2_{,,} \\ A'_{,,,} \cdot A''_{,,,} + B'_{,,,} \cdot B''_{,,,} + C'_{,,,} \cdot C''_{,,,} = - M''' \cdot P^2_{,,,} \end{array}\right\} (50)$$

Multiplicirt man die nämlichen Gleichungen (γ) respective mit $A_{,,}$, $B_{,,}$, $C_{,,}$, so gibt ihre Summe:

$$M' \cdot M_{,,} = A''_{,} \cdot (B_{,,} C''' - B''' C_{,,}) + B''_{,} \cdot (C_{,,} A''' - C''' A_{,,}) + C''_{,} \cdot (A_{,,} B''' - A''' B_{,,})$$

$$= A''_{,} \cdot A'''_{,,} + B''_{,} \cdot B'''_{,,} + C''_{,} \cdot C'''_{,,}.$$

Es existiren noch fünf dieser analoge Relationen, so daſs man nun nachstehendes System erhalten wird:

$$\left.\begin{array}{l} M'' \cdot M_{,,,} = A'''_{,} \cdot A'_{,,} + B'''_{,} \cdot B'_{,,} + C'''_{,} \cdot C'_{,,}; \\ M''' \cdot M_{,,} = A''_{,} \cdot A'_{,,,} + B''_{,} \cdot B'_{,,,} + C''_{,} \cdot C'_{,,,}; \\ M' \cdot M_{,,,} = A'''_{,,} \cdot A''_{,} + B'''_{,,} \cdot B''_{,} + C'''_{,,} \cdot C''_{,}; \\ M''' \cdot M_{,} = A'_{,,} \cdot A''_{,,,} + B'_{,,} \cdot B''_{,,,} + C'_{,,} \cdot C''_{,,,}; \\ M' \cdot M_{,,} = A''_{,,,} \cdot A'''_{,} + B''_{,,,} \cdot B'''_{,} + C''_{,,,} \cdot C'''_{,}; \\ M'' \cdot M_{,} = A'_{,,,} \cdot A'''_{,,} + B'_{,,,} \cdot B'''_{,,} + C'_{,,,} \cdot C'''_{,,}. \end{array}\right\} (51)$$

21. Wenn wir auf gleiche Weise von den drei Gleichungen des Systemes (37):

$$A' \cdot M_{,} = B_{,,,} \cdot C'_{,,} - C_{,,,} \cdot B'_{,,};$$

$$B' \cdot M_{,} = C_{,,,} \cdot A'_{,,} - A_{,,,} \cdot C'_{,,};$$

$$C' \cdot M_{,} = A_{,,,} \cdot B'_{,,} - B_{,,,} \cdot A'_{,,};$$

die erste mit A', die zweite mit B', die dritte mit C' multipliciren, und hierauf addiren, so wird man haben:

$$P'^2 . M_, = A'_{,,} . (B' C_{,,,} - B_{,,,} C') + B'_{,,} . (C' A_{,,,} - C_{,,,} A') + C'_{,,} . (A' B_{,,,} - A_{,,,} B')$$
$$= - [A'_{,,} . A'_{,,,} + B'_{,,} . B'_{,,,} + C'_{,,} . C'_{,,,}].$$

Dieser Relation analog hat man nun folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} A'_{,,} . A'_{,,,} + B'_{,,} . B'_{,,,} + C'_{,,} . C'_{,,,} = - P'^2 . M_, \\ A''_{,} . A''_{,,,} + B''_{,} . B''_{,,,} + C''_{,} . C''_{,,,} = - P''^2 . M_{,,} \\ A'''_{,} . A'''_{,,} + B'''_{,} . B'''_{,,} + C'''_{,} . C'''_{,,} = - P'''^2 . M_{,,,} \end{array}\right\} (52)$$

22. Wenn man von den drei Gleichungen:

$$B''_{,} . C_, - B_, . C''_{,} = A'' . P^2_, ;$$
$$C''_{,} . A_, - C_, . A''_{,} = B'' . P^2_, ;$$
$$A''_{,} . B_, - A_, . B''_{,} = C'' . P^2_, ;$$

welche sich aus den Relationen (40) ergeben, die erste mit A'', die zweite mit B'', und die dritte mit C'' multiplicirt, und hierauf addirt, so wird man erhalten:

$$P''^2 . P^2_, = A''_{,} . (C'' B_, - C_, B'') + B''_{,} . (A'' C_, - A_, C'') + C''_{,} . (B'' A_, - B_, A'')$$
$$= (A''^2_{,} + B''^2_{,} + C''^2_{,}).$$

Aufser dieser Relation gibt es noch fünf ihr analoge, so dafs man folgendes System von Gleichungen haben wird:

$$\left.\begin{array}{l} A''^2_{,} + B''^2_{,} + C''^2_{,} = P''^2 . P^2_, ; \\ A'''^2_{,} + B'''^2_{,} + C'''^2_{,} = P'''^2 . P^2_, ; \\ A'^2_{,,} + B'^2_{,,} + C'^2_{,,} = P'^2 . P^2_{,,} ; \\ A'''^2_{,,} + B'''^2_{,,} + C'''^2_{,,} = P'''^2 . P^2_{,,} ; \\ A'^2_{,,,} + B'^2_{,,,} + C'^2_{,,,} = P'^2 . P^2_{,,,} ; \\ A''^2_{,,,} + B''^2_{,,,} + C''^2_{,,,} = P''^2 . P^2_{,,,} . \end{array}\right\} \ldots (53)$$

23. Wenn man das Binomium

$$(C_{\prime\prime} \,.\, B''_{\prime\prime\prime} - B_{\prime\prime} \,.\, C''_{\prime\prime\prime})$$

entwickelt, so findet man, nach einigen sehr leichten Reductionen, dafür

$$(N \,.\, A_{\prime\prime\prime} - A'' \,.\, M_{\prime}) = (A' \,.\, M_{\prime\prime} + A''' \,.\, P'_{\prime\prime\prime}).$$

Wenn man nun von folgenden, hieraus entspringenden analogen Relationen:

$$\begin{aligned}
C_{\prime\prime} \,.\, B''_{\prime\prime\prime} - B_{\prime\prime} \,.\, C''_{\prime\prime\prime} &= N \,.\, A_{\prime\prime\prime} - A'' \,.\, M_{\prime};\\
A_{\prime\prime} \,.\, C''_{\prime\prime\prime} - C_{\prime\prime} \,.\, A''_{\prime\prime\prime} &= N \,.\, B_{\prime\prime\prime} - B'' \,.\, M_{\prime};\\
B_{\prime\prime} \,.\, A''_{\prime\prime\prime} - A_{\prime\prime} \,.\, B''_{\prime\prime\prime} &= N \,.\, C_{\prime\prime\prime} - C'' \,.\, M_{\prime};
\end{aligned}$$

die erste mit A''', die zweite mit B''', die dritte mit C''' multiplicirt, und hierauf addirt, so wird man erhalten:

$$\left.\begin{aligned}
&A''_{\prime\prime\prime} \,.\, A'''_{\prime\prime} + B''_{\prime\prime\prime} \,.\, B'''_{\prime\prime} + C''_{\prime\prime\prime} \,.\, C'''_{\prime\prime} = N^2 - M' \,.\, M_{\prime};\\
&\text{und dieser analog:}\\
&A'_{\prime\prime\prime} \,.\, A'''_{\prime} + B'_{\prime\prime\prime} \,.\, B'''_{\prime} + C'_{\prime\prime\prime} \,.\, C'''_{\prime} = N^2 - M'' \,.\, M_{\prime\prime};\\
&A''_{\prime\prime} \,.\, A''_{\prime} + B'_{\prime\prime} \,.\, B''_{\prime} + C'_{\prime\prime} \,.\, C''_{\prime} = N^2 - M''' \,.\, M_{\prime\prime\prime};
\end{aligned}\right\} \quad (54)$$

Die bisher entwickelten Relationen zwischen den accentuirten Gröfsen *ABC* und *PMN* werden uns jetzt weiter dazu dienen, um die gegenseitigen Beziehungen der Stücke *PMN* zu finden, welche ich Relationen der zweiten Classe genannt habe.

(Die Fortsetzung folgt.)

IV.

Über verschiedene Mangan-Präparate;

von

J. Bachmann.

α) Schwefelsaures Manganoxydul.

Es gibt verschiedene Methoden, dieses Salz darzustellen, nur wenige geben es ganz rein; da das natürliche in Handel, unter dem Namen Braunstein vorkommende Superoxyd, gewöhnlich mit Eisen, Blei, Kupfer, Kieselerde etc. verunreiniget ist, so muſs bei Bereitung des Salzes darauf Rücksicht genommen werden.

Manganoxyd hat die Eigenschaft, Kieselerde in seine Auflösungen mitzunehmen; dieſs geschieht ungleich mehr bei vorwaltender Säure, als wenn die Lösung neutral ist, der ganze Gehalt derselben kann aber nur durch Verjagung aller Flüssigkeit und Wiederauflösen des Salzes davon entfernt werden. Hieraus folgt, daſs alle Bereitungsarten des schwefelsauren Manganoxyduls, bewerkstelliget durch unmittelbare Auflösung des Oxydes in Säure, kein reines schwefelsaures Salz geben können, in so fern man es mit einem kieselerdehältigen Oxyde zu thun hat.

Vom Eisen wird das Salz befreit, wenn man, wie die schon längst bekannte Methode lehrt, Mangansuperoxyd, oder auch das bei Bereitung des Sauerstoffgases erhaltene braune Oxyd mit concentrirter Schwefelsäure anrührt, und recht stark durchglüht (den halben Gewichtstheil Schwefelsäure auf einen Theil Mangansuperoxyd habe ich als das beste Verhältniſs gefunden). Das Salz wird selbst bei der Weiſsglühhitze nur langsam zersetzt, es bedeckt sich mit braunem Oxyde, und unter

selbem findet man häufig unzersetztes Salz. Glüht man daher das mit Eisen verunreinigte lange genug durch, auf 36 Unzen Masse 3/4 bis 1 Stunde, und laugt sie dann aus, so reagirt die Flüssigkeit mit Cyaneisenkalium gar nicht mehr auf Eisen, wobei indessen zu bemerken ist, daſs die Flüssigkeiten nicht zu concentrirt seyen, auch nicht zu viel Reagens hinzugegeben werde, weil sonst das sich mit weiſser Farbe fällende Mangan die Reaction auf Eisen, falls nur Spuren davon vorhanden sind, undeutlich macht. Unterdessen habe ich wohl mehr als zwanzig Mal das Salz mit verschiedenem Braunstein auf diese Art bereitet, und es immer eisenfrei erhalten.

Ist das Salz rein, so gibt es mit *Hahnemann*'scher Weinprobe einen blaſs ziegelrothen, oder, wenn die Lösung verdünnt war, einen weiſsen Präcipitat; ist Eisen oder Kupfer zugegen, einen schwarzen Niederschlag; tröpfelt man nun etwas Salz oder Schwefelsäure hinzu, so wird das Eisen aufgelöst, während Schwefelkupfer ungelöst zurückbleibt, selbst wenn freie Säure (nur nicht in zu groſser Menge) zugegen ist, wird das Eisen durch Weinprobe angezeigt; dieſs geschieht nicht durch reines Schwefelwasserstoffgas, auch bemerkt man gar wohl, daſs zuerst Eisen, dann aber Mangan gefällt wird. In dieser Hinsicht, und auch wegen der schwarzen Farbe des Präcipitates, welche deutlicher erscheint als bei der Cyanverbindung, ziehe ich die Weinprobe vor. Hat man aber ein mit Eisen und Kupfer verunreinigtes Salz, so thut man am besten, die Flüssigkeit mit kohlensaurem Baryt zu digeriren; ist das Eisen als Oxydul darin enthalten, so fällt es erst nach einiger Zeit, indem es Sauerstoff aus der Luft anzieht, als Oxyd zu Boden. Vom Kupfer wird das Salz sehr leicht durch einen Strom Schwefelwasserstoff befreit.

Man hat vorgeschlagen, schwefelsaures Mangan

durch Glühen von Mangansuperoxyd mit 40 Proc. schwefelsauren Eisenoxydes zu bereiten (welchem Verhältnisse beiläufig 1/3 Schwefelsäurehydrat entspricht); diese Methode gibt allerdings reines schwefelsaures Salz, hat aber keine Vorzüge vor der oben erwähnten, und ist wegen Anwendung des schwefelsauren Eisenoxydes, welches man sich doch erst bereiten muſs, umständlicher.

Enthält das Manganoxyd keine Kieselerde, so kann durch folgende Methode auch reines Salz gewonnen werden *): Mangansuperoxyd oder Oxyd wird mit der nöthigen Menge ganz fein gepulverter Kohle, am besten Kienruſs, innig gemengt, mit Öhl zu einem Teige angemacht, aus demselben Kugeln geformt, selbe zwischen Kohlenpulver gut eingefuttert, und dann einer 1/2 bis 1 stündigen Rothglühhitze ausgesetzt. Nach dem Erkalten des Tiegels werden die Kugeln heraus genommen, etwas zerrieben (was leicht geschieht, indem der Zusammenhang derselben sehr lose ist), das Pulver mit Wasser übergossen, und nun beiläufig die halbe Gewichtsmenge concentrirter Schwefelsäure nach und nach zugesetzt. Die Mischung erhitzt sich sehr stark, stärker als dieſs der Fall beim Mischen von Schwefelsäure und Wasser ist: nachdem die Flüssigkeit durch 24 Stunden ruhig gestanden, wird sie filtrirt; sie ist vom Eisen ganz frei.

Wird das Gemenge von Manganoxyd und Kohle für sich allein in einem lutirten Tiegel geglüht, so miſslingt manchmal die Operation, weil sich das Manganoxydul sehr leicht mit der Tiegelmasse vereiniget, und damit

---

*) Den gröſsten Theil dieser, und der noch zu erwähnenden Versuche, habe ich, durch die Güte des Freiherrn von *Jacquin*, in dem Universitäts-Laboratorium angestellt.

einen sehr harten, Glas ritzenden Körper bildet; dieſs geschicht besonders dann, wenn der Tiegel einer zu hohen Temperatur ausgesetzt wird; überdieſs ist auch das sich bildende Oxydul nicht so gut vor dem Zutritte der Luft geschützt. Wird nun das Pulver mit Wasser und Schwefelsäure übergossen, so verhindert der groſse Überschuſs von Manganoxydul theils die Auflösung des Eisens, theils schlägt er das schon aufgelöste nieder; die dabei frei gewordene Wärme verhindert die Einmischung des Oxydsalzes, wenn das Oxydul durch längeres Verweilen an der Atmosphäre zum Theil in Oxyd verwandelt worden wäre. Diese Methode ist, wie schon erinnert wurde, nur dann brauchbar, wenn das Oxyd frei von Kieselerde ist, im Gegentheile führt sie nicht zum Zwecke. Ist die Kieselerde in bedeutender Menge zugegen, so gelatinirt die Flüssigkeit während des Erkaltens, und ich fand manchen sogenannten Braunstein, dessen Auflösung nach dem Abkühlen zu einem festen Klumpen erstarrte; wird dann mehr Wasser zugesetzt und gut damit vermengt, so setzt sich nach einiger Zeit ein Theil der Kieselerde als Gelée ab.

Gestützt auf die Thatsache, daſs die Auflösungen des Mangans in Mineralsäuren vom Schwefelwasserstoff, wenn selbe sauer sind, gar nicht, und die neutralen Verbindungen nur in etwas zersetzt werden, versuchte ich das schwefelsaure Salz durch Auflösen von Schwefelmangan mit verdünnter Schwefelsäure zu bereiten; ich hoffte durch einen bedeutenden Überschuſs von Schwefelmangan das Eisen zu entfernen, und in dieser Hinsicht ein reines Salz zu gewinnen; allein so viel Mühe ich mir auch in dieser Hinsicht gab, so gelangte ich doch zu keinem befriedigenden Resultate.

Ist ein groſser Überschuſs von Schwefelmangan zugegen, so wird zwar der gröſste Theil des Eisens, nicht

aber die letzten Antheile desselben entfernt; nur ein Mal gelang es mir auf diese Art, ein ganz eisenfreies Salz zu erhalten, doch kann ich mich auf die näheren Umstände nicht mehr entsinnen. Da durch den entwickelten Schwefelwasserstoff das Eisen als Oxydul in der Lösung enthalten ist, so kann man den ganzen Gehalt von Manganoxydul bis zur Bildung von schwefelsaurem Manganoxydul-Ammoniak mittelst dieses Alkali fällen, ohne jedoch das Eisen dadurch zu entfernen; nur wenn die Lösung längere Zeit an der Luft gestanden, oxydirt es sich höher, und fällt dann als Oxyd zu Boden; werden einige Tropfen salpetrige Säure zugesetzt, so erlangt die Flüssigkeit eine schwarze Farbe durch höhere Oxydation des Mangans; diese Farbe verschwindet indessen zum Theil durch längeres Stehen an der atmosphärischen Luft, und gänzlich durch Erhitzen, und jetzt kann das Eisen vollständig gefällt werden. Setzt man der durch salpetrige Säure schwarz gefärbten Flüssigkeit während des Erhitzens Ammoniak zu, so scheidet sich Manganoxydul und Oxyd aus; ist so viel Alkali hinzugegeben worden, daſs sich fast nichts mehr herausfällt, so setzt sich nach kurzer Zeit, Ruhe, das Oxyd zu Boden; nimmt man etwas von der überstehenden heiſsen Flüssigkeit in ein Probirglas, so ist sie im ersten Augenblicke völlig klar, sie wird aber bald trübe, und gibt einen braunen Bodensatz; reagirt man, während die Flüssigkeit noch heiſs und klar ist, so findet man Eisen, diese Reaction verschwindet aber gänzlich nach dem Erkalten und darauf folgenden Klären.

Ich glaubte ferner dadurch das Eisen zu entfernen, daſs ich schwarzes Manganoxyd zusetzte (sowohl das durch Salpetersäure bereitete, als auch das durch Oxydation des Oxydulhydrats an der Luft erhaltene), so daſs sich ein Theil Sauerstoff des Oxydes mit dem Eisenoxy-

dul verbände, und das so entstandene Eisenoxyd von dem seine Stelle einnehmenden Manganoxydule gefällt würde; allein diefs geschieht nicht so; nach einiger Zeit verlor zwar das Manganoxyd seine schwarze Farbe und die Flüssigkeit, wurde braun, trübe, dicklich, und liefs sich äufserst schwer filtriren, das Filtrat hatte eine reine gelbe Farbe, war anfangs klar, wurde aber bald trübe, hatte aber seinen Eisengehalt nicht verloren; es war demnach allen Anzeigen nach ein Oxyduloxydsalz entstanden. Nachdem sie sich durch acht Tage langes ruhiges Stehen nicht klären wollte, wurde sie mit Wasser verdünnt, und, um zu dem Oxydulsalze zurückgebracht zu werden, mit Schwefelwasserstoff in Berührung gebracht; es fällte sich nichts, auch verlor das suspendirte braune Wesen seine Farbe nicht. Hier zeigte sich recht deutlich die verschiedene Wirkungsart des reinen Schwefelwasserstoffes und der *Hahnemann*'schen Probeflüssigkeit; denn wurde etwas der Flüssigkeit während dem beständigen Durchströmen von Gas zugesetzt, so entstand sogleich ein schwarzer Präcipitat vom Schwefeleisen, der aber bald wieder verschwand.

Nachdem der Geruch von Hydrothionsäure nach einiger Zeit verschwunden war, blieb ein sehr starker und unverkennbarer Rettiggeruch zurück, welcher dem Niederschlage, welcher rostfarben aussah, selbst nach dem sorgfältigsten Aussüfsen und Trocknen anhing; da der Schwefelwasserstoff aus Schwefeleisen (bereitet durch Erhitzen von Eisenspänen, französischen Schwefelblumen und Wasser) entwickelt wurde, so könnte man daher auf einen Selengehalt im obbenannten Schwefel schliefsen. Der erwähnte braune Präcipitat gab durch Digeriren mit Schwefelsäure an selbe braunes Manganoxyd ab, und änderte seine Farbe in Weifs; nach dem Waschen, Trocknen und Glühen verhielt er sich als

reine Kieselerde. Die Flüssigkeit, aus welcher sich der braune Präcipitat absetzte, mit kohlensaurem Baryt in Berührung gebracht, gab nach einiger Zeit Eisenoxyd, und nach dem Eintrocknen und Wiederauflösen reines schwefelsaures Salz.

β) Schwefelmangan.

Ist schon sehr lange bekannt, und wird erhalten, wenn 100 Theile Mangansuperoxyd mit 75 Theilen Schwefel erhitzt werden. Wird die Operation in einem Kolben gemacht, so bemerkt man, daſs die Vereinigung nahe beim Glühen vor sich geht; es entweicht schwefelige Säure, etwas Schwefel sublimirt sich, während das Gefäſs mit einem dunkel orangefarben Gas erfüllt wird, und ein grünes Pulver, das Schwefelmangan, bleibt zurück. In einem lutirten Tiegel kann die Arbeit ebenfalls gemacht werden, doch darf die Hitze nicht zu hoch steigen, weil sonst Schwefel entweicht, und eine graue, körnige, sehr harte, aus Kieselerde, Thonerde und Schwefelmangan bestehende Masse gebildet wird. Das Hydrat dieses Sulfurides wird entweder aus dem essigsauren durch Fällung mit Schwefelwasserstoff, oder aus dem schwefelsauren mit Hydrothionammoniak erhalten, auch aus dem Doppelsalze; vom schwefelsauren Manganammoniak kann es zum Theil mittelst Schwefelwasserstoff gefällt werden; bringt man es auf ein Filtrum, und wäscht es, so wird es bald schwarz, und geht in Oxyd über; mit Ätzkalilauge entweder gekocht oder auch nur digerirt, färbt es dieselbe gelb; dieſs geschieht sowohl mit dem Hydrate, als auch mit dem durch Glühen erhaltenen; bleibt das Hydrat lange Zeit mit der Lauge in Berührung, so wird es oberflächlich grün; dieses kann entweder durch Entziehen des Wassers, oder, weil die Lauge nach und nach dunkler wird, durch Ent-

ziehen eines Theiles Schwefel (welches wahrscheinlicher ist) geschehen; da keine niedrigere Schwefelungsstufe bekannt ist, so reducirt sich vielleicht ein Theil Kali zu Kalium, es bildet sich Schwefelkalium, und das sogleich zu besprechende Oxysulfurid des Mangans. In freier Luft, heftig geglüht, wird es zersetzt, schwefelige Säure und Schwefeldämpfe entweichen, und es bleibt braunrothes Oxyd zurück, welches, mit Säure übergossen, nicht eine Spur von Schwefelwasserstoff gibt. Die nämliche Zersetzung tritt ebenfalls ein, wenn man Schwefelmangan noch heiſs gleich nach der Bereitung der Luft aussetzt; zerbricht man den losen Klumpen, welcher gewöhnlich erhalten wird, so verglimmt es öfters sehr lebhaft zum Oxyde.

Herr *Arſwedson* hat eine Verbindung von Schwefelmangan mit Manganoxydul entdeckt; da ich mir die Abhandlung darüber nicht verschaffen konnte, sondern nur wuſste, daſs selbe durch Darüberleiten von Wasserstoff über glühendes schwefelsaures Salz erhalten wird, wobei Wasser und schwefelige Säure entweichen, so stellte ich zu meiner Belehrung einige Versuche an. Über ganz fein gepulvertes schwefelsaures Manganoxydul, welches vorher bis zum Braunrothglühen erhitzt war, wurde in einer Röhre Wasserstoff geleitet; nachdem die atmosphärische Luft vertrieben war, wurde die Röhre bis zum Glühen erhitzt; man sieht die Zersetzung bald eintreten, das Salz verliert seine weiſse Farbe und wird grün, nicht nur Wasser und schwefelige Säure, sondern auch Schwefelwasserstoff entweichen, und Schwefel sublimirt sich; ist das Salz fein gepulvert, und vorher nicht ausgeglüht worden, so wird etwas Salz mit fortgerissen. Nachdem der Wasserstoff geruchlos, oder wenigstens nur mit dem, nach Art seiner Bereitung, ihm eigenthümlichen Geruche übergeht, ist die Arbeit beendiget. Am

besten geschieht sie in einer Porzellanröhre, weil gläserne Röhren selten aushalten, sondern schmelzen, und so mit dem Versuch verderben. Das in der Röhre Enthaltene hat eine sehr schöne dunkelgrüne Farbe, besitzt ganz den losen Zusammenhang und das Äufsere des Schwefelmangans. Mit Wasser in Berührung bedeckt es sich bald mit braunem Oxyde, mit Essigsäure längere Zeit stehen gelassen (ein bis zwei Monate) wird die Flüssigkeit dicklich, hat einen zusammenziehenden, bitteren, hintennach süfslichen Geschmack, mit Wasser verdünnt bleibt am Boden Schwefelmangan, sie enthält essigsaures als auch schwefelsaures Manganoxydul.

Was die relative Menge der Bestandtheile des Oxysulfurides betrifft, so ist dieselbe ohne Schwierigkeit auszumitteln. Wenn 100 Th. Oxysulfurid entweder unmittelbar oder auch mittelbar (durch Glühen desselben und darauf folgendes Anrühren des braunen Oxydes mit Schwefelsäure) in schwefelsaures Manganoxydul verwandelt werden, so erhält man 189 desselben; dieser Menge entsprechen aber 99 Theile Schwefelsäure, daher mufs, weil sich der Schwefel zum Sauerstoff verhält wie 20·1 zu 10, $\frac{20 \cdot 1}{10}(99 - 89) = 20 \cdot 1$ die in denen 100 Th. enthaltene Menge Schwefel seyn; dieser entsprechen aber 55·6 Schwefelmangan, folglich bleiben für das Oxydul 44·4; dieses Verhältnifs kommt dem von 1 Atom Schwefelmangan und 1 Atom Manganoxydul sehr nahe, denn man hat 1 Atom Schwefelmangan = 55·6, und 1 Atom Manganoxydul = 45·5, also

Berechnung.	Versuch.				
54·99	55·6	Mg.S,	daher	70·227	Mangan,
45·01	44·4	Mg,		19·882	Schwefel,
				9·891	Sauerstoff.
100·00	100·0			100·000.	

Noch habe ich den Schwefel auf eine andere Art bestimmt, gröſstentheils um mich über eine in mehreren Lehrbüchern enthaltene Angabe, daſs das durch Schwefelwasserstoff aus einer Lösung gefällte Schwefelkupfer ($CupS^2$) beim Zutritte der Luft sehr schnell in schwefelsaures Kupferoxyd übergehe, auch nur bei verhindertem Luftzutritte getrocknet werden könne, zu belehren. 100 Th. Oxysulfurid wurden mit einer mit etwas Schwefelsäure versetzten Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyde übergossen, die Zersetzung ging sogleich und ganz ruhig vor sich, das erhaltene schwarze Schwefelkupfer wurde auf einem gewogenen Filtrum sorgfältig gewaschen, und dann in freier Luft, unter Anwendung von etwas Wärme, getrocknet, welches binnen 24 Stunden Statt fand; das erhaltene Schwefelkupfer, jetzt von grünlichem Ansehen, wog 55·75 Th. Es wurde mit Wasser gekocht; das Filtrat gab mit Schwefelwasserstoff, Cyaneisenkalium und Chlorbarium, bloſs nach fünf bis sechs Minuten, Spuren von schwefelsaurem Kupfer zu erkennen. — Durch die erhaltene Menge Schwefelkupfer wird übrigens die obige Angabe über das Verhältniſs des Schwefels bestätiget.

V.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Physikalische Chemie *).

1. Über die Wirkung des Jods auf die Kieselflufssäure. Von *Varvinsky*.

(Annals of phil. Decemb. 1827.)

Hr. *Varvinsky* liefs in einen mit Jodgas gefüllten Recipienten kieselflufssaures Gas, so wie es sich aus einer Retorte entwickelte, treten, und fand, dafs sich das Innere des Recipienten mit einer weifsen Kruste beschlug. Nach dem Aufhören der Wechselwirkung wurde Wasser in den Recipienten gegossen, wodurch sich Siliciumoxyd niederschlug, während eine von überschüssiger Jodine gelblich gefärbte Flüssigkeit erhalten wurde, die nach dem Verdünsten farbenlos erschien. Kohlenstoffsäuerliches Ammoniak schlug daraus unter Kohlenstoffsäuregasentwickelung Siliciumoxyd nieder; die Flüssigkeit verlor durchs Verdünsten ihr Ammoniak, reagirte sauer, und setzte bei fernerer Verdünstung goldgelbe Krystalle ab, welche saure Eigenschaften besafsen, mehr im heifsen als im kalten Wasser löslich waren, und mit concentrirter Kaliumoxydlösung ein gallertartiges, sehr unangenehm schmeckendes Salz bildeten.

Die Lösung des erhaltenen kryst. sauren Körpers wurde, jedoch nur unter Mitwirkung von Wärme, von salpetersaurem Baryumoxyd gefällt, und Stärkekleister machte sie erst auf Zusatz von Schwefelsäure blau, woraus man schliefsen könnte, dafs diese Krystalle eine Doppelsäure, bestehend aus Jod- und Flufssäure, sind. Bei

*) Bearbeitet von *J. Planiawa.*

fernerer Untersuchung überzeugte sich Hr. *Tarvinsky*, daſs sie kein Ammoniak in ihrer Mischung enthalten, und flüchtig sind.

2. Über Salpetersäure und ein eigenthümliches schwefelsaures Salz. Von *R. Phillips.*

Um sich eine möglichst concentrirte Salpetersäure zu bereiten, vermischte Hr. *Phillips* 70 Theile salpetersauren Kaliumoxyds mit seinem gleichen Gewichte Schwefelsäurehydrats. Nach einer achtstündigen Destillation erhielt er 46,13 Theile einer gelblichen Säure von 1,5033 spec. Gew. bei 60° Fahrenh., die sich bei der Untersuchung mittelst kohlenstoffsäuerlichen Calciumoxyds als aus 80,16 Th. wirklicher Säure, und 19,84 Th. Wassers bestehend erwies.

Diese Zusammensetzung der Säure entspricht

				in 100 Gthlen.
2 stöch. Anth. Salpetersäure .	= (54 × 2 =)	108	oder	80.
3 » » Wasserstoffoxyds	= (9 × 3 =)	27	»	20.
1 stöch. Antheil Salpetersäurehydrats .	=	135	»	100.

Das in der Retorte zurückgebliebene Salz wurde mit seinem gleichen Gewichte heiſsen Wassers, ohne es jedoch bis zum Aufwallen zu erhitzen, behandelt, und lieferte nach dem Auskühlen der Flüssigkeit sehr kleine asbestähnliche Fäden, die sich bei der Analyse mittelst Chlorbaryums und Rothglühhitze folgendermaſsen zusammengesetzt erwiesen:

			In 100 Thl.	n. d. Versuche.
3 stöch. Anth. Schwefelsäure	= (40 × 3 =)	120 =	53,33 . .	53,45.
2 » » Kaliumoxyds	= (48 × 2 =)	96 =	42,66 . .	42,80.
1 » » Wassers . .	=	9 =	4,00 . .	4,75.
1 stöch. Antheil des neuen Salzes .	=	225 =	100,00 .	100,00.

Diesemnach läſst sich dieses Salz auch als eine Mischung aus zwei stöch. Antheilen schwefelsauren Ka-

liumoxyds und 1 stöch. Antheile Schwefelsäurehydrats bestehend, betrachten. Hr. *Phillips* fand es überdieſs schwer, dieses Salz, welches er mit Recht anderthalb schwefelsaures Kaliumoxyd nennt, ganz frei von dem doppelt schwefelsauren Salze darzustellen.

B. Meteorologie.

1. Über den Hagel und die Hagelableiter. Von *Arago.*

(Annuaire du Bureau des longitudes, 1828.*)*

Arago hat in der angezeigten Quelle eine Abhandlung über das Entstehen des Hagels und die Hagelableiter bekannt gemacht. Wiewohl in dieser Abhandlung, was den Gegenstand selbst betrifft, keine neuen Thatsachen und keine neue Theorie vorkommt, so halte ich es doch für nothwendig, die Substanz derselben hier mitzutheilen, weil es in einem Gegenstande, der so wichtig und so unentschieden zugleich ist, ein nicht gemeines Interesse haben muſs, die Meinung eines Gelehrten von dem Range, wie ihn *Arago* behauptet, zu hören.

Arago beschreibt in dieser Abhandlung die Phänomene des Hagels mit ihren Nebenumständen, setzt dann die sinnreiche Theorie *Volta's* über sein Entstehen aus einander, zeigt ihre schwachen Seiten, und beurtheilt darnach, was von Hagelableitern zu halten sey.

Der Hagel, sagt *Arago*, bildet sich hauptsächlich im mittägigen Frankreich, in Italien, Spanien etc. im Frühlinge und Herbst in den wärmsten Stunden des Tages. In Europa fällt er fast immer bei Tage, doch gibt es auch Fälle, wo er des Nachts fällt. So fiel der Hagel, welcher im August 1787 in der Umgebung des Comosees eine Strecke von 30 M. Länge und 20 M. Breite verwüstete, zu Mitternacht. Dasselbe war mit dem Hagel der

Fall, welcher im August 1778 in Italien fiel, und ein anderer im Juli 1806 begann mit Tagesanbruch zu fallen. Er geht meistens dem Gewitterregen vorher, begleitet ihn aber auch manchmal, nie oder fast nie folgt er auf ihn, besonders wenn dieser Regen etwas anhaltend ist.

Die Hagelwolken haben viel Tiefe, und unterscheiden sich von anderen Gewitterwolken durch ihre merkwürdige Aschfarbe; sie sind an den Rändern vielfach zerrissen, haben an ihrer Oberfläche hie und da unregelmäſsige Hervorragungen, und scheinen aufgedunsen. Sie sind gemeiniglich nicht hoch über der Erde. Dieses beweiset der Umstand, daſs es selten hagelt, ohne zu donnern, und daſs sich daher beide Meteore in derselben Höhe ausbilden, aber der Donner, welcher sich beim Hageln hören läſst, folgt meistens 1 — 2 Secunden nach dem Blitze, so daſs die Donnerwolke nur 300 — 700 Met. entfernt seyn kann; auch hat man schon öfter die Erfahrung gemacht, daſs eine Wolke, die bald darauf Hagel herabschüttete, wie ein dichter Schleier Thäler bedeckte, während die benachbarten Hügel heiteren Himmel über sich hatten, und eine gemäſsigte Temperatur genossen.

Beim Annähern eines Hagels ändert sich die Luftelectricität sehr oft schnell hinter einander, nicht bloſs in Betreff ihrer Stärke, sondern auch in Betreff ihrer Natur (ihres Zeichens), wie man mittelst eines Electrometers erfährt; nicht selten schlägt sie innerhalb einer Minute 10 — 12 Mal vom Positiven ins Negative, und umgekehrt um. Manchmal hört man vor dem Hagelfall ein Geräusch, als würden Nüsse in einem Sack geschüttelt.

Die Gestalt der Hagelkörner ist sehr verschieden, doch haben alle etwas Gemeinschaftliches an sich. Fast

immer bemerkt man in der Mitte der Hagelkörner einen schwammigen Schneekern, der allein am ganzen Korn undurchsichtig ist, während die ganze Umhüllung desselben transparent erscheint, wie gewöhnliches Eis. Man mufs daher annehmen, dafs der Kern auf eine andere Weise sich bilde, als das Äufsere des Hagels. Manchmal fallen auch grofse Körner, die in der Mitte einen Schneekern haben, der abwechselnd von durchsichtigen und undurchsichtigen Schichten eingeschlossen ist. Der wenig consistente Hagel, der in gewissen Jahreszeiten bei vorübergehenden schwachen Gewittern fällt, ist ein Mittelding zwischen Schnee und Hagel. Er fällt in den mittägigen Gegenden nie im Sommer. Es gibt noch eine dritte Art des Hagels, der ganz kernlos erscheint, er ist klein, wie der vorhergehende, aber durchsichtig. Man nimmt an, er entstehe aus Regentropfen, die, von einer Wolke kommend, auf ihrem Wege durch eine noch tiefer schwebende gehen müssen.

Um die Erklärung des Hagels, die man aufgestellt hat, prüfen zu können, mufs man das Gewicht der gröfsten Hagelkörner kennen, die je gefallen sind. In folgendem Verzeichnisse kommen Beobachtungen über diesen Gegenstand vor, jedoch sind nur solche aufgenommen worden, deren Wahrheit von einem bekannten Physiker bezeugt wird.

Am 29. April 1697 fielen in Flintshire nach *Halley's* Bericht Hagelkörner von 5 Unzen Gewicht.

Am 4. Mai desselben Jahres mafs *R. Taylor* zu Hatschin in Hartfordshire Hagelkörner, die 14 Z. im Umfange, mithin einen Durchmesser von 4 Z. hatten.

Parent, Mitglied der Academie der Wissenschaften, berichtet, dafs am 15. Mai 1703 faustgrofse Hagelkörner in Persche gefallen sind.

Am 11. Juli 1753 sammelte *Montignot* zu Toul Ha-

gelkörner von polyëdrischer Gestalt von fast 3 Z. im Durchmesser. Jedes Stück bestand aus mehreren kleineren Körnern, die im Herabfallen zusammenbackten.

Während eines Gewitters, das am 7. Juli 1769 zu Paris um 6 Uhr Abends bei einem Westwind niederging, bemerkte *Adanson* in der ersten halben Stunde 6 L. lange, 3 L. breite pyramidale Körner mit 6 Flächen. Als aber der Wind in Nordost umschlug, nahmen diese Körner die Gestalt von Menisken an, die 9 L. im Durchmesser hatten, von einer Seite convex, von der andern concav waren. Sie waren so durchsichtig und regelmäſsig, daſs sie die Gegenstände ohne Entstellung vergröſserten.

In dem oben genannten Gewitter, welches die Stadt Como und ihre Umgebung in der Nacht vom 19ten auf den 20. August 1787 traf, fielen Hagelkörner so groſs wie Hühnereier. Mehrere hatten ein Gewicht von mehr als 9 Unzen. *Volta* selbst gibt diese Zahlen an.

Delcros erzählt, er habe oft pyramidale Hagelkörner bemerkt, die aus Strahlen bestanden, welche vom Mittelpuncte gegen den Umfang hinliefen, und von einer krummen Fläche begrenzt waren, als wären sie Kugelstücke. Am 14. Juli 1819 Nachts sammelte *Delcros* zuerst bei einem Gewitter, welches das westliche Frankreich hart hernahm, mehrere ganze Körner, worin er einen opaken weiſsen Kern mit Spuren von concentrischen Schichten bemerkte, die von auſsen von zwölf groſsen Pyramiden begrenzt waren, zwischen welchen kleinere Pyramiden eingeschaltet waren. Das Ganze bildete eine kugelförmige Masse von beinahe 9 Centim. im Durchmesser.

Es fand vielleicht nie in irgend einem Lande ein Hagelfall Statt, dessen Wirkungen verheerender waren, und den merkwürdigere Umstände begleiteten, als jener ist, den *Tessier* vom Jahre 1790 berichtet. Das Gewitter

begann im mittägigen Frankreich Morgens am 13. Juli 1788, durchstreifste in weniger als einer Stunde das ganze Königreich der Länge nach, und erstreckte sich auch über die Niederlande und über Holland. Die vom Hagel getroffenen Ländereien lagen in zwei parallelen Strichen von Südwest nach Nordost, einer davon war 175 M., der andere 200 M. lang. Die mittlere Breite des westlichen Streifens betrug 4 M., die des anderen 2 M. Auf den zwischen beiden gelegenen Streifen fiel kein Hagel, sondern nur häufiger Regen; er war 5 L. breit. Sowohl an der Ostseite des östlichen behagelten Streifens, als auch an der Westseite des westlichen fiel viel Wasser herab; überall ging dem Ausbruche eine tiefe Dunkelheit voraus, selbst an den vom Hagel verschonten Theilen.

Aus einer Vergleichung der Stunden, wo der Hagel an verschiedenen Stellen fiel, findet man, dafs das Gewitter in einer Stunde 16 ½ M. von Mittag gegen Mitternacht zurücklegte, und dafs an beiden Streifen dieselbe Geschwindigkeit herrschte. Am westlichen Streifen hagelte es in Tourain bei Loches um 6 ½ Uhr früh, zu Chartres um 7 ½ U., zu Rambouillet um 8 U., zu Pontoise um 8 ½ U., zu Clermont um 9 U., zu Douai um 11 U., zu Courtray um Mitternacht, zu Flessing um 1 ½ U.

Im östlichen Streifen erreichte das Gewitter Artenay bei Orléans um 7 ½ Uhr früh, Andonville um 8 U., die Vorstadt Saint-Antoine zu Paris um 8 ½ U., Crespy um 9 ½ U., Câteau-Cambrésis um 11 U., Utrecht um 2 ½ U. Überall dauerte der Hagelfall nur 7 — 8 Minuten. Die Körner hatten nicht überall dieselbe Gestalt, einige waren rund, andere lang und spitzig, die gröfsten wogen ½ Pfund.

Nach dieser Zusammenstellung geht *Arago* auf die

Darstellung der *Volta*'schen Theorie des Hagels über, und beschäftiget sich eigens damit, wie nach dieser Theorie die Bildung des Körpers, die Einhüllung desselben vor sich geht, und worin die Kraft ihren Sitz hat, durch welche Eismassen von 3—4 Unzen, ja selbst von einem halben Pfunde Stunden lang in der Luft schwebend erhalten werden; warum die Luftelectricität so intensiv ist und so oft ihr Zeichen ändert, während der Himmel mit Hagelwolken bedeckt ist. *Arago's* Darstellung ist sehr ausführlich, ich glaube mich aber kürzer fassen zu dürfen, weil *Volta's* Theorie ohnehin gröſstentheils bekannt ist. (Siehe meine Naturlehre, 2. Aufl., S. 679.)

Die Ursache der Erkältung, wodurch in der wärmsten Jahreszeit in sehr tief schwebenden Wolken der Hagelkern sich bildet, sucht *Volta, Guyton-Morveau* etc. in der Verdünstung. Die Wolken bestehen nach der Ansicht dieser Gelehrten aus sehr kleinen Wasserbläschen, und diese müssen mitten im Sommer selbst gegen Mittag an der oberen Wolkenseite stark verdünsten, weil sie das intensive Sonnenlicht trifft, und sie in sehr trockener Luft schweben. Auch die in Wolken stets vorhandene Electricität muſs diese Verdünstung noch verstärken, denn der Erfahrung gemäſs verdünstet eine electrisirte Flüssigkeit leichter als eine im natürlichen Zustande befindliche. Nach *Volta's* Ansicht wird endlich die Verdünstung durch die Bläschenform noch begünstiget. Die damit verbundene Erkältung bringt die Bläschen dahin, daſs sie in Eis übergehen, und so den ersten Anfang zum Hagel bilden. Vor *Volta* nahmen die Physiker an, daſs sich dieser Kern beim Herabfallen durch den wässerigen Beschlag, den er aus der feuchten Atmosphäre aufnimmt, bis zum unten anlangenden Hagelkern vergröſsere; da aber die Hagelwolken immer sehr tief schweben, und daher der Hagel gewiſs

nicht über eine Minute braucht, um auf die Erde zu gelangen, so ist es wohl nicht begreiflich, wie ein kleiner Kern selbst in sehr feuchter Luft bis zur Gröfse eines Hühnereies anwachsen soll. Darum nahm *Volta* an, der schon gebildete Hagel bleibe in der Luft 5,16 bis 15 M., ja selbst Stunden lang schweben. In der Erklärung der Möglichkeit dieses Schwebenbleibens liegt das Neue und Sinnreiche der *Volta*'schen Hypothese. Dieser Erklärung liegt ein electrischer Versuch zum Grunde, der den Namen des electrischen Tanzes führt. So wie bei diesem bekannten Phänomen leichte Körper zwischen einer electrischen und einer im natürlichen Zustande befindlichen oder mit entgegengesetzter Electricität versehenen Platte hin und her hüpfen, indem sie von ersterer abwechselnd angezogen und abgestofsen werden, eben so geht dieses mit den Hagelkernen zwischen zwei über einander befindlichen Wolken, wovon die obere stets electrisch seyn mufs, während die untere entgegengesetzt Electricität haben, oder auch sich im unelectrischen Zustande befinden kann. Bei dem Oscilliren zwischen diesen zwei Wolken setzt sich an die Hagelkerne beständig neue Flüssigkeit an, friert und bildet die concentrische Einhüllung derselben, wodurch sie zu der Gröfse anwachsen können, welche die Erfahrung am Hagel zeigt.

Die Annahme zweier Wolkenschichten über einander hat keine Schwierigkeit; man sieht ja oft, dafs solche Schichten von Winden nach verschiedenen, oft gerade einander entgegengesetzten Richtungen getrieben werden, mithin eine verschiedene Höhe haben müssen. Eben so zeigt das Daseyn solcher Schichten der Umstand, dafs vor einem Gewitter kleine isolirte Wölkchen sich am Himmel befinden, die manchmal unbeweglich dastehen, nicht selten aber mit Heftigkeit unter ande-

ren, an Farbe und Gröſse verschiedenen Wolken fortgetrieben werden. In derselben Gewitterwolke können sich Parthien von entgegengesetzter Electricität befinden, denn *Volta* selbst hat bemerkt, daſs oft die Wolkenelectricität in einer Minute bis vierzehn Mal ihr Zeichen ändere. Man kann sich auch das Entstehen solcher zwei Wolkenschichten leicht erklären. Wenn auf eine schon vorhandene Wolke Sonnenstrahlen fallen, so entwickeln sie an ihrer oberen Fläche viele Dünste, diese sättigen die trockene Luft der nächsten Umgebung, gerathen aber beim Aufsteigen in kältere Schichten, wo sie wieder in Bläschen überzugehen gezwungen werden, und so eine höhere Wolkenschichte bilden. Die obere durch Condensation entstandene Schichte muſs positiv-electrisch seyn, weil unseren Erfahrungen gemäſs die Zersetzung der Dünste mit Entwickelung positiver Electricität verbunden ist; die untere sollte, ihrem Entstehen nach, dieselbe Electricität besitzen, allein weil die entstehenden Dünste selbst positiv-electrisch sind, so muſs in der Wolke negative Electricität zurückbleiben.

Dieser sinnreichen Theorie haben nicht alle Physiker ihre Beistimmung gegeben, und selbst in Italien haben sie sogar *Volta's* Schüler, z. B. *Bellani*, angefochten. Was man ihr entgegensetzt, ist folgendes: Zuerst ist es schwer zu begreifen, wie Sonnenstrahlen oder eine andere Wärmequelle die Verdünstung einer Flüssigkeit anfachen können, ohne eine Erwärmung hervorzubringen, denn das Erwärmen ist doch kein Erkältungsmittel. Wickelt man zwei Thermometerkugeln in nasse Leinwand, und setzt sie der freien Luft so aus, daſs eine im Schatten, die andere im Sonnenlichte sich befindet, so bemerkt man wohl an letzterer eine stärkere Verdünstung, aber der Stand der Quecksilbersäule zeigt an derselben eine höhere Temperatur an, als an der anderen. Da nach

Volta das Sonnenlicht zur Bildung der Hagelkerne unentbehrlich ist, so mufs der Hagel, welcher etwa um 3 oder 4 Uhr früh fällt, wenigstens 10—12 Stunden lang zwischen zwei electrischen Wolken oscillirt haben; allein während dieser Zeit hätte der Hagel die Electricität der Wolken gewifs ausgleichen müssen. Einen noch mehr directen Beweis der Unzulänglichkeit der *Volta*'schen Erklärung findet *Bellani* in einem Gewitter, das im Juli 1806 vor Sonnenaufgang ausbrach, und eine ungeheure Menge Hagel fallen liefs, und doch konnte er am Abende vorher am ganzen Horizont keine Spur eines Gewitters bemerken. Diese Puncte sprechen gegen die Richtigkeit der Basis der *Volta*'schen Theorie, aber auch im weiteren Verlaufe derselben kommen noch Schwächen vor. Die Theile einer Wolke sind so beweglich, dafs es schwer begreiflich wird, wie sie beim Hin- und Herspringen der Hagelkörner allein unbeweglich bleiben können, man sollte eher glauben, die Kraft, welche die Oscillation jener Körner unterhält, müsse auch eine schnelle Vereinigung der zwei Wolkenschichten bewirken, zwischen welchen die Oscillationen vor sich gehen sollen. Das Experiment, der electrische Tanz genannt, fordert zum Gelingen zwei feste Platten; ersetzt man eine derselben durch eine Wasserschichte, wie *Bellani* gethan hat, so hört der Tanz auf, der hüpfende Körper dringt nach der ersten Oscillation in die Flüssigkeit ein, und verläfst sie nicht wieder. Bei den Wolken müfste dasselbe Statt finden, die Körner müfsten vermöge ihrer Geschwindigkeit in die Wolke eindringen, die Repulsion hätte ein Ende, und es müfsten deren von Zeit zu Zeit herabfallen. Allein der Hagelfall beginnt plötzlich und dauert nicht lange.

Fände die von *Volta* angenommene Oscillation wirklich Statt, so müfsten sie doch Reisende, die sich oft

in der Höhe befanden, wo sie existiren sollte, wahrgenommen haben; auch müfste der Hagel beim Aufsteigen oft in Örter gerathen, wohin er beim Herabfallen nie gelangen könnte, z. B. unter ein Dach oder einen hervorragenden Felsen, und doch hat man noch nie etwas der Art wahrgenommen. *Bellani* führt noch einen besonderen Umstand an. Sollten, sagt er, die Gewitterwolken eine so starke anziehende Kraft besitzen, dafs sie Massen von 8 — 12 Unzen Stunden lang im Oscilliren erhalten könnten, so müfsten auch durch eine einzige Wolke Staub und selbst ziemlich grofse Steine von der Erde gehoben werden können, und beim Herabfallen noch mehrere Verwüstungen verursachen, als es der Hagel zu thun vermag.

Es ist also die *Volta*'sche Theorie nicht genügend, und doch haben die Vertheidiger der Hagelableiter die Gründe zu Gunsten derselben von dieser Ansicht *Volta's* hergenommen. Sollten aber selbst nach *Volta's* Ansicht diese Ableiter nicht mehr schädlich als nützlich seyn? Denn wenn eine ausgebildete Gewitterwolke durch den Wind in eine Gegend getrieben wird, wo sich Hagelableiter befinden, und die vorausgesetzte Wirkung derselben wirklich vorhanden ist, so mufs dadurch der electrische Zustand der Wolke so geändert werden, dafs sie den Hagel fallen lassen mufs. In Italien, Savoyen, im Canton de Vaud, selbst in der Umgebung von Paris errichtet man in den Weinbergen verticale Stangen. Einige versehen sie oben mit einer kupfernen Spitze, und leiten einen Metalldraht herab in die feuchte Erde, Andere behalten die Spitze bei, und nehmen den Leitungsdraht weg, Andere wenden gar nur die blofse Stange an, und doch sollen ungeachtet dieser wesentlichen Verschiedenheiten alle Ableiter gleich gut wirken, und nie, sagt man, sey ein damit versehenes Feld behagelt wor-

den. Allein ein Baum muſs doch wirksamer seyn als eine bloſse Stange, und doch werden beholzte Gegenden häufig vom Hagel getroffen; Stangen mit Metallspitzen ohne Ableitungsdraht wirken nicht besser als nackte Stangen, ja selbst mit Stangen, die Metallspitzen und Leitungsdrähte haben, würde man nur dann eine Wirkung erzielen können, wenn man damit groſse Landesstrecken versähe.

2. Besondere Wirkung eines Blitzschlages Von *Scoresby*.

(Journ. of Scien. N. XVI. p. 203.)

Das Schiff, welches den Weg von London nach New-York regelmäſsig in 25 Tagen macht, wurde auf einer dieser Reisen von einem Blitze getroffen, und verlor dadurch seinen Ableiter. Da der Capitän noch ein neues Gewitter befürchtete, so errichtete er einen anderen Ableiter auf dem Mittelmaste. Wirklich ward auch dieser von einem Blitzstrahle getroffen und völlig geschmolzen, so daſs das Eisen in Tropfen in die See fiel. Alle Reisenden bemerkten, daſs an der Stelle, wo der Blitz ins Wasser fuhr, dasselbe rings herum sehr deutlich sank. Da die Fangstange des Ableiters 4 F. lang und 5 — $5^1/_2$ L. dick war, und doch geschmolzen wurde, so war sie offenbar zu dünn. Übrigens brachte dieser Blitz sehr merkwürdige Wirkungen hervor.

Ein vortreffliches Chronometer, das kaum um $^1/_{10}$ S. in 24 Stunden fehlte, war so durch den Blitzschlag hergenommen, daſs es um 24 M. zu früh ging; alle Theile desselben waren stark magnetisch geworden, und sein Gang muſste demnach stark von der Lage dieser Theile gegen die Weltgegenden abhängen, und sich mit ihr ändern.

Eben so wurden alle vom Blitz getroffenen Messer

und Gabeln magnetisch. Auch die Einwirkung auf die am Schiffe befindlichen Magnetnadeln war bemerkenswerth; wiewohl sich alle an demselben Platze befanden, so waren sie doch vom Blitze verschieden afficirt. Einige wurden dadurch stärker, andere schwächer, andere ihrer Kraft gänzlich beraubt, endlich an einigen die Pole umgekehrt Die merkwürdigste Wirkung erfolgte aber an einem im Schiffe befindlichen paralytischen Kranken. Dieser war hoch in Jahren und an den Gliedern gelähmt, so, dafs er seit drei Jahren keine halbe Meile Wegs machen konnte; seit er sich eingeschifft hatte, konnte er nicht einen Augenblick aufstehen. Der Blitz schlug nahe an seinem Bette ein, und man sah mit Erstaunen, dafs er gleich darauf aufstand und am Verdecke herumging, als hätte er sich nie übel befunden. Zuerst verlor er die Empfindung, doch dauerte dieses nicht lange, und seine Herstellung ist vollkommen; denn er bewegte sich während des noch übrigen Weges stets im Schiffe herum, und konnte selbst beim Ausschiffen in sein Haus gehen.

3. Über die mittlere Temperatur am Äquator. Von *Brewster*.

(Journ. of Scien. N. XV. p. 60.)

Brewster hat aus mehreren in der Nähe des Erdäquators angestellten Temperaturbeobachtungen den mittleren Wärmegrad am Äquator selbst zu deduciren unternommen. Da dieser Gegenstand schon früher von ihm behandelt wurde, bei welcher Gelegenheit er aus Beobachtungen, die man an verschiedenen Puncten von Ceylon und Batavia anstellte, diese mittlere Temperatur nicht über 80° ½ F. (26.9 C.) fand, und *Atkinson's* Arbeit über denselben Gegenstand den grofsen deutschen Naturforscher *A.* von *Humboldt* vermochte, sich mit der ihm eigenen Umsicht und Schärfe über diesen

Punct auszusprechen, so muſs man wohl jeden Beitrag, der diese groſse Frage ihrer endlichen Entscheidung zuführen kann, gehörig beachten, und darum mögen hier die Beobachtungen Platz finden, die zu Singapore, in Malacca und der Prinz Wales-Insel angestellt wurden, nebst dem Raisonnement, wodurch *Brewster* zum Ziele zu gelangen suchte. Die Beobachtungen von Singapore waren zunächst am Äquator angestellt, mit diesen beginnt auch *Brewster*.

1. Singapore.

Nördliche Breite 1°, 24 M., östl. Länge 104°.

Die Beobachtungen wurden vom Lieutenant *W. Farquhar* angestellt.

Die Zeit der Beobachtung war 6 U. Morgens, Mittags, und 6 U. Abends.

1822.

Mittl. Jahrestemp. um 6 U. Abends u. Morgens = 79°.45,
» » » Mittag . . . . 84°.0.

Um von diesen Beobachtungen die mittlere tägliche Temperatur abzuleiten, wendete *Brewster* die Correctionen an, welche zu Leith 1824 und 1825 gefunden wurden. Ob dieses überhaupt mit Recht geschehen durfte, da Leith ein so ausgezeichnetes Seeklima genieſst, und an Breite so sehr von dem hier besprochenen Beobachtungsplatze abweicht, mag dahin gestellt seyn; indeſs scheint mir dieses etwas gewagt. Aus diesen Beobachtungen ergab sich, daſs die mittlere Tagestemperatur um 0°.29 gröſser ist, als diejenige, welche um 6 U. Abends und Morgens Statt hat, und um 2°.51 kleiner, als die zu Mittag. Daher findet man

die mittl. tägl. Temperatur von 6 U. Ab. u. 6 U. M. 79°.74,
» » » » » 12 U. Mittags . 81°.49,

Mittelwerth . 80°.47

Allein diese Correctionswerthe beziehen sich auf ein nördliches Clima, und können auf ein tropisches nicht wohl angewendet werden, wo sich die Temperatur von Monat zu Monat so wenig ändert. Darum wählte *Brewster* lieber die Correctionswerthe, die sich aus den Beobachtungen in den drei Sommermonaten ergaben, für welche die Curve der täglichen Variationen der Wärme mit der in tropischen Gegenden mehr Ähnlichkeit haben muſs. Doch diese ändern die beobachteten Gröſsen nur wenig, denn sie sind — 0°.08 und — 3°.00. Man erhält mittelst ihrer

die mittlere Tagestemp. von 6 U. Ab. u. 6 U. Morg. 79°.37,
» » » » 12 U. Mittags . . . 81°.80,
Mittelwerth . 80°.18.

Dieser Werth ist zugleich die mittlere Jahrestemperatur.

1 8 2 3.

Mittlere Jahrestemp. von 6 U. Ab. und 6 U. Morg. 79°.0,
» » » 12 U. Mittags . . . . 83°.7;
daher, wenn man die vorigen Correctionen anbringt:
Mittlere Jahrestemp. von 6 U. Ab. und 6 U. Morg. 78°.92,
» » » 12 U. Mittags . . . 80°.70,
Mittelwerth als mittl. Jahrestemp. für 1823 gleich 79°.81.
Das Mittel aus der Temperatur in den Jahren 1822 und 1823 ist demnach . . . . 80°.00.
Die *Brewster*'sche Formel *) gibt . . . . . 81°.36,
daher die Differenz . . . . 1°.36.

2. M a l a c c a.

Nördliche Breite 2°, 16′, östl. Länge 102°, 12′.

Die Beobachtungen wurden wieder von *Farquhar*

*) Diese Formel ist $T = 81°.85 \sin. D + 1$, wo T die mittlere Jahreswärme, D die Breite des Beobachtungsortes bezeichnet.

im Jahre 1809 angestellt, die Instrumente befanden sich im alten Gubernements-Hause.

Mittlere Jahreswärme um 8 Uhr . . . . . . 77°.67,
» » » 4 » . . . . . . 82°.33.

Daran die Correction + 1°.24 und − 3°.95 angebracht, welche sich aus den Sommerbeobachtungen zu Leith ergeben wird:

Mittlere Temperatur um 8 U. . . . . 78°.91,
» » » 4 » . . . . 78°.38,
Mittelwerth . 78°.65.

Diese ist zugleich die mittlere Jahreswärme für Malacca.

Die *Brewster*'sche Formel gibt . . . . 81°.02,
mithin eine Differenz von . . . . 2°.39.

3. Prinz Wales-Insel.

Nördliche Breite 5°, 25′, östl. Länge 100°, 19′.

Hier wurden die Beobachtungen in den Jahren 1815, 1816, 1820, 1821 und 1823 angestellt.

1815 — 1816.

Diese Beobachtungen erstrecken sich vom Juni 1825 bis Juli 1826; sie wurden alle drei Stunden, nämlich um 6 U., 12 U., 3 U. und 9 U. Abends angestellt.

Mittlere Temperatur um 6 U. v. M. . . . . . 76°.1,
» » » 12 U. M. . . . . . . 79°.6,
» » » 3 U. n. M. . . . . . 81°.5,
» » » 9 U. n. M. . . . . . 79°.1.

Bringt man die Correctionen den Beobachtungen zu Leith gemäſs an, so wie sie sich für die Sommermonate ergeben, nämlich + 3°.5, — 2°.9, — 3°.9 und 0°.7, so bekommt man

die mittlere tägliche Temperatur um 6 U. v. M. 79°.6,
» » » » » 12 U. M. . 76°.7,
» » » » » 3 U. n. M. 77°.6,
» » » » » 9 U. n. M. 79°.8,
davon das Mittel, als Jahrestemp. für 1815 u. 1816 = 78°.4.

1 8 2 0 — 1 8 2 1.

Die Beobachtungen für dieses Jahr wurden um 7 U. früh, 12 U. Mittags, und um 4 U. n. M. angestellt. Sie gaben

die mittlere Temperatur um 7 U. . . . . . . 77°.8,
» » » » 12 U. . . . . . . 81°.6,
» » » » 4 U. . . . . . . 83°.1.

Mit den Correctionen für die Sommermonate zu Leith, nämlich + 2°.46, — 3°.03 und — 4°.24, bekommt man

die mittlere Temperatur für 7 U. . . . . . . 80°.3,
» » » » 12 U. . . . . . . 78°.6,
» » » » 4 U. . . . . . . 78°.9,
Mittelwerth, als mittl. Wärmegrad für 1820—1821 79°.26.

1 8 2 3.

Diese Beobachtungen wurden nur in den ersten eilf Monaten dieses Jahres angestellt, um 8 U., 12 U. und 4 U. Sie gaben folgende Resultate:

Mittlere Temperatur um 8 U. . . . . 78°.85,
» » » 12 U. . . . . 82°.90,
» » » 4 U. . . . . 83°.89.

Mittelst der Correctionen für die Sommerwerthe + 1°.25, — 3°.03, — 4°.24 erhält man

mittlere Temperatur um 8 U. . . . . 80°.10,
» » » 12 U. . . . . 79°.87,
» » » 4 U. . . . . 79°.65,
Mittelwerth und mittlere Wärme für 1823 . . . 79°.87.

Nimmt man aus den Wärmegraden für 1815—1816, 1820—1821 und 1823 wieder das Mittel, so erhält man als mittlere beobachtete Wärme in der Prinz Wales-Insel . . . . 79°.18,
nach *Brewster's* Formel . . . . 79°.93,

Differenz . 0°.75.

Leitet man nun aus diesen Resultaten die mittlere Temperatur am Äquator mittelst der Formel $\frac{t}{\cos.\, lat.}$ ab, so bekommt man

von den Beobachtungen zu Singapore . . . 80°.03,
» » » » Malacca . . . . 78°.71,
» » » » Prinz Wales . . 79°.53,

mithin als mittlere Wärme am Äquator . . . 79°.42,
oder in hunderttheiligen Graden . . . . . . 26°.3.

Atkinson nimmt diese = 84°,5 an, nach *A. v. Humboldt* hingegen steigt sie nicht über 81°,5. Man sieht demnach, dafs sich des letzteren Genauigkeit und Scharfsinn wieder auf das beste bewährt hat.

4. Einflufs der Nordlichter auf die Magnetnadel. Von *Arago.*

(Annal. de Chim. et de Phys. Tome 36, *p.* 398.*)*

Schon im verflossenen Jahrhunderte haben *Celsius* und *Hiorter* bemerkt, dafs Nordlichter an einer Magnetnadel eine unregelmäfsige merkliche Bewegung erzeugen; *Cotte*, *Canton* und *Cassini* haben dieses bestätiget. *Arago* sucht nun sogar nachzuweisen, dafs dieser Einflufs selbst auf Magnetnadeln sich erstreckt, die sich in Örtern befinden, über deren Horizont das Nordlicht nicht gesehen wird, so dafs man das Stattfinden eines Nordlichtes aus dem Gange einer Magnetnadel gleichsam voraussagen kann, wie dieses von *Arago* wirklich gesche-

hen ist. Aufser mehreren schon früher von diesem ausgezeichneten Naturforscher aufgestellten Facten zur Bestätigung dieser Behauptung, stellt er im Decemberhefte der *Annales de Chimie etc.* für das Jahr 1827 eine Reihe von Tagen auf, an welchen Störungen in der Richtung der Magnetnadel bemerklich waren, wiewohl man an diesen Tagen zu Paris keine Spur eines Nordlichtes bemerken konnte; von Einigen ist es aber schon ausgemacht, dafs in höheren Breiten Nordlichter gesehen wurden.

Im Jahre 1826 waren Störungen im Gange der Magnetnadel bemerklich an folgenden Tagen: Am 10ten und 13. Februar; am 9ten, 23sten und 29. März, und am 9ten, 13ten, 17ten und 24. April.

Am 29. März wurde wirklich in Schottland und im nördlichen England ein grofses Nordlicht gesehen, wie *Dalton* in Manchester an *Arago* schreibt. Es erschien in Gestalt eines Lichtbogens, und konnte in einer nahe im magnetischen Meridian liegenden Linie von 170 engl. Meilen Länge beobachtet werden. Am südlichsten Theile dieser Linie erschien der höchste Punct dieses Bogens nördlich vom Zenith, im magnetischen Meridian und 60° über dem Horizont; am nördlichsten befand er sich südlich vom Zenith in einer Höhe von 55°, aber auch im magnetischen Meridian. Daraus schliefst *Dalton*, dafs die verticale Höhe des Bogens 100, und dessen Breite 8—9 englische Meilen betragen haben dürfe, er mochte auf 500 Meilen von Ost gegen West sichtbar gewesen seyn.

Im Jahre 1827 wurde an folgenden Tagen eine Unruhe an der Magnetnadel bemerkt:

Am 4ten, 9ten, 18ten, 25sten und 30. Jänner; am 3ten, 4ten, 17ten, 18ten und 19. Februar; am 6ten, 7ten, 8ten (Abends), 9ten (Morgens), 12ten, 13ten, 22sten (Mittags),

24sten und 30. März; am 2ten und 16. Mai; am 25sten, 26sten und 27. Juni; am 23. Juli; am 14ten, 27sten und 28. August; am 8ten und 25. September; am 6tnn und 17. October; am 18ten und 19. November, und am 29sten und 30. December. An mehreren dieser Tage wurden wirklich Nordlichter beobachtet, von einigen sind noch keine bestimmten Nachrichten vorhanden. Die Tage, an welchen gleichzeitig Störungen im Gange der Magnetnadel und Nordlichter beobachtet wurden, sind: der 9. Jänner 1827. An diesem Tage bemerkte man zu Kendal in England ein glänzendes Nordlicht. In Paris war an diesem Tage der Himmel völlig bedeckt, und man konnte daher nicht gewifs seyn, dafs daselbst wirklich kein Nordlicht vorhanden war. Am 17. Februar um 8 Uhr Abends wurde im Norden von Gosport von *Burney* ein glänzendes Nordlicht beobachtet, das zu jeder Seite des magnetischen Meridians 20° annahm, und bis 10 Uhr sichtbar war; um diese Stunde verdeckte es starker Schneefall. Am 27. Aug. wurde zu Perth in Schottland ein Nordlicht beobachtet, das einen Augenblick lang fast den ganzen Himmel bedeckte. Am 28sten desselben Monats beobachtete man zu Roxburghshire ein Nordlicht. Am 8. September sah man um 8 1/2 U. Abends zu Saint Cloud bei heiterem mondhellen Himmel ein Nordlicht. An diesem Tage war auch die Magnetnadel ungemein stark beunruhiget. Schon um Mittag bemerkte man eine merkliche Störung der täglichen Variation der Declinationsnadel, und ihr Nordpol hatte eine um 13 M. westlichere Richtung als gewöhnlich; um 1 U. 19 M. erschien die Abweichung um 19 M. gröfser als an den vorhergehenden Tagen, und die Nadel war den ganzen Tag hindurch in Unruhe; um 9 1/4 U. Abends bemerkte man, dafs sie um 8 M. nach Ost gegangen sey, während sie den ganzen Tag über nach Westen abge-

lenkt wurde. Auch die Neigungsnadel wurde afficirt, und zeigte gröſsere Störungen, als auf Rechnung von Beobachtungsfehlern gesetzt werden können. Am 25. September erblickte *Arago* nach 9 U. Abends zwischen NNW. und NO. leuchtende Wolken, die abwechselnd erschienen und verschwanden, einmal einen zusammenhängenden Lichtbogen bildeten, dessen Scheitel nahe im magnetischen Meridiane zu liegen schien. Zu Havre, Ostende, Arau, Zürch, zu Gosport und Kendal in England, in Schweden und Dännemark bemerkte man dieselbe Erscheinung. In England übertraf nach *Forster* das Nordlicht an Helligkeit den hellsten Mondschein.

Am 6. October an mehreren Orten in England, ungeachtet die Nacht mondhell war, ein Nordlicht, zu Manchester erschien es glänzend. Am 17. October sah *Burney* zu Gosport ein schwaches Nordlicht; am 18ten und 19. November nahm man in Roxburghshire Nordlichter wahr, das am 18ten erschien nach *Burney* nur 5° über den Horizont.

5. Gegen den Einfluſs der Nordlichter auf die Magnetnadel.

(Edinb. Journ. of Science. N. XVI. p. 189.)

Im vorhergehenden Aufsatze scheinen folgende Sätze bewiesen zu seyn:

1. Daſs ein Nordlicht, es mag wo immer sichtbar seyn, die Magnetnadel in Bewegung setzt.
2. Daſs diese Einwirkung auf die Magnetnadel nicht unterbleibt, wenn das Nordlicht auch wegen zu dichten Wolken nicht sichtbar ist.
3. Daſs dadurch in Orten, wo man von dem Statt habenden Nordlichte keine Spur bemerkt, dieselbe Affection der Magnetnadel eintritt.

Ungeachtet der starken Gründe, welche das Vorher-

gehende für die Richtigkeit dieser Behauptungen liefert, ungeachtet sie von einem Manne herrühren, der nicht zu voreilig Hypothesen aufstellt, sondern so lange mit seiner Ansicht zurückhält, bis sie einen Grad der Wahrscheinlichkeit erlangt hat, der zunächst an Gewifsheit grenzt: so wird doch im genannten Journale in einem von *Brewster* herrührenden Aufsatze die Richtigkeit obiger Behauptung bestritten, und gezeigt, dafs es Nordlichter gab, welche die Magnetnadel nicht afficirten, und dafs umgekehrt Affectionen der Magnetnadel bemerkt wurden, ohne dafs irgendwo ein Nordlicht gesehen werden konnte.

Da es mir in streitigen Puncten eben so interessant als wichtig zu seyn scheint, beide Parteien anzuhören, besonders, wenn an ihrer Spitze Männer von solcher Auszeichnung stehen, wie es hier der Fall ist, so lasse ich hier das folgen, was gegen *Arago's* Behauptungen eingewendet wird:

»Man kann es nicht läugnen, dafs man oft eine Unruhe an der Magnetnadel während eines Nordlichtes bemerkt hat; doch kann man darum noch nicht mit *Arago* sagen, dafs solche Beobachtungen einen hinreichenden Grund zu der Behauptung abgeben, im Nordlichte liege die Ursache jener Unruhe. Es können zwei Ereignisse sich stets begleiten, und doch nicht mit einander in dem Verhältnisse stehen, wie Ursache zur Wirkung. Die Agitation der Magnetnadel und das Nordlicht können die sich begleitenden Wirkungen einer allgemeineren Ursache seyn, und diese kann eine dieser Wirkungen ohne die andere, oder beide oder keine derselben hervorbringen. Das war auch die Meinung *Canton's*, der das Nordlicht als Folge der Electricität der erhitzten Luft ansicht, und die Störung der Magnetnadel nicht dem Nordlichte, sondern dem Einflusse der erhitzten Luft

auf den großen Erdmagnet zuschreibt. Er hat diesen Einfluſs dadurch erläutert, daſs er eine Magnetnadel dem Einflusse erhitzter Magnete aussetzte. *Canton* meint auch, seine Ansicht werde durch das Factum begünstiget, daſs die Bewohner der Nordländer die Nordlichter besonders stark finden, wenn nach strenger Kälte plötzlich Thauwetter einfällt. Diese Meinung ist auch durch die Beobachtung *Winn's* begünstiget, der behauptet, daſs auf ein Nordlicht beständig starke Süd- oder Südwestwinde (die wärmsten Winde in jenen Gegenden) mit Thauwetter und schwachem Regen folgen. 23 auf einander folgende Beobachtungen haben dieses bestätiget. Der kühle Wind beginnt stets 24—30 Stunden nach dem Erscheinen eines Nordlichtes. *J. Farquharson* in Aberdeenshire, der mehrere Jahre die Nordlichter beobachtete, behauptet auch, daſs sie den West- oder Südwestwinden vorhergehen. Diese Ansicht bekommt ein besonderes Gewicht, wenn man die Beobachtungen *Beaufoy's* näher untersucht. Es ist daher die Meinung competenter Richter, daſs das Nordlicht die Wirkung einer Ursache ist, die zugleich die Magnetnadel afficirt, und daſs diese beiden Phänomene mit einander eintreten können, ohne daſs eines die Ursache des anderen ist.

Wir leben in einer Zeit, wo die Variationen einer Magnetnadel der Gegenstand regelmäſsiger Beobachtungen werden. *Beaufoy*, ein in den Annalen der Wissenschaften Englands verehrter Name, hat zu Haksey, in der Nähe von London, eine regelmäſsige Reihe von Beobachtungen, nicht bloſs der Magnetnadel, sondern des gesammten Zustandes der Atmosphäre begonnen; er beobachtet mit einem sehr genauen Instrumente täglich drei Mal die Magnetnadel, vom März 1813 angefangen. mit Annahme des Jahres 1816, bis zum Jahr 1821', und die zahlreichen Affectionen der Magnetnadel, die er be-

merkt hat, werden fleiſsig mit dem Zustande der Witterung verglichen.

Da alle diese Beobachtungen bekannt sind, so hat man die Mittel an der Hand, den Zusammenhang zwischen den Unregelmäſsigkeiten im Gange der Magnetnadel und den electrischen und magnetischen Erscheinungen in der Atmosphäre zu untersuchen. Man kann diese Unregelmäſsigkeiten zu Hackney und Thurso mit einander vergleichen in zwei Stationen, deren Breitenunterschied 7° beträgt, und wo man eine viel gröſsere Anzahl von Nordlichtern beobachten kann, als zwischen Paris und Leith, wo dieselbe Breitendifferenz Statt findet. Wenn *Arago* diese Beobachtungen, die in den englischen und schottischen Magazinen und Zeitungen enthalten sind, untersuchen wird, so wird er zu dem allgemeinen Resultate gelangen: daſs eine groſse Anzahl von Agitationen der Magnetnadel von Nordlichtern begleitet ist, daſs eine andere Anzahl derselben ganz ohne Einwirkung auf die Magnetnadel bleibt, und endlich daſs eine groſse Anzahl unregelmäſsiger Bewegungen der Magnetnadel, die *Beaufoy* angibt, mit keinem Nordlichte zusammenhängen, aber stets von Winden, die von dem südlichen Horizont her kommen, begleitet sind, oder auf sie folgen.

Im k. Observatorium zu Paris befindet sich eine empfindliche Magnetnadel, deren Variationen mehrere Jahre hindurch sorgfältig beobachtet worden sind; doch sind diese Beobachtungen nicht bekannt gemacht worden, und doch ist *Arago* Herausgeber eines monatlich erscheinenden Journals, und läſst darin alle die regelmäſsig angestellten meteorologischen Beobachtungen abdrucken, nur die viel wichtigeren magnetischen, auf die er seine Ansicht stützt, und nach denen er Nordlichter voraussagt, werden der Welt vorenthalten. Er beobachtet zu

gewissen Zeiten einen unregelmäſsigen Gang der Magnetnadel, und verkündet dann, es dürfte irgend wo im Norden ein Nordlicht Statt gefunden haben; zu einer andern Zeit lieset er in den englischen Journalen die Nachricht von einem Nordlicht, und findet dann, beim Rückblick auf seine magnetischen Beobachtungen, daſs die Magnetnadel von ihrer gewöhnlichen Richtung abgelenket sey.« — —

Nun wird *Arago's* Weise zu raisoniren näher untersucht, und zwar für den Fall, wo er von einem in Schottland Statt gefundenen Nordlicht Nachricht erhielt, und wo er aus seinen Beobachtungen schlieſst, es müsse irgendwo eines gesehen worden seyn; wo vorzüglich der Punct hervorgehoben wird, daſs die Beunruhigung der Magnetnadel und das Nordlicht nicht *gleichzeitig* Statt fanden. Am 11. Sept. ward zu Leith um 10 U. Abends ein Nordlicht gesehen, aber an diesem Tage wurde keine Affection der Magnetnadel zu Paris wahrgenommen.

Hierauf wurden Fälle angeführt, wo die Magnetnadel und Nordlichter zugleich an demselben Horizont von Männern beobachtet wurden, die von keiner hypothetischen Ansicht befangen waren, die besten Instrumente besaſsen, die sich in dem eigentlichen Vaterlande der Nordlichter befanden, und die eigens ihre Aufmerksamkeit auf den hier besprochenen Gegenstand richteten.

Während der verschiedenen Reisen des Capitän *Parry* in die Polargegenden wurde die Magnetnadel und das Nordlicht sorgfältig beobachtet; aber es ist sonderbar, daſs dabei weder die Magnetnadel noch das Electrometer merklich afficirt wurde, wiewohl man sie auf das Genaueste beachtete, um diese Einwirkung auſser Zweifel zu setzen. Auf *Parry's* dritter Reise sah man ein sehr glänzendes Nordlicht, dessen Strahlen zwischen den Beobachter und dem Festlande hinschossen, das

nur 3000 Yard entfernt war, und doch bemerkte man keine störende Wirkung desselben. Unsere Variationsnadel, sagt *Parry*, die sehr leicht auf die empfindlichste Weise aufgehängt war, und sehr leicht abgelenkt werden konnte, wurde nicht einen Augenblick merklich von einem Nordlicht afficirt; man konnte diese Einwirkung nicht leicht übersehen, indem die Magnetnadel einige Monate hindurch alle Stunden beobachtet wurde, ja, wenn man es für nöthig erachtete, sogar in noch kürzeren Zwischenzeiten.

Die Beobachtungen, worauf *Parry* seinen Ausspruch gründet, sind die zahlreichsten, und man kann wohl sagen die genauesten, so je bekannt gemacht wurden *). Folgende Tabelle erleichtert die Übersicht:

1 8 2 5.	Anzahl der sichtbaren Nordlichter.	Mittelwerth der tägl. Variation.
Jänner	14	1°, 37′ ½.
Februar	14	1°, 38′.
März	2	2°, 14′ ½.
April	0	2°, 52′, 44″.
Mai	0	3°, 44′, 39″.

Es scheint hieraus, als wäre die Variation durch Nordlichter mehr gehemmt als vergrößert worden. — —

Es ist wahr, daſs *Kupffer* in Kasan, ein sehr geschickter Beobachter, die Störung im Stande einer Magnetnadel zur Zeit eines Nordlichtes beobachtet hat, welches in einer Breite Statt fand, die gröſser war, als seine eigene, und diese Thatsache hat man triumphirend

*) Diese Beobachtungen sind in Bd. III. S. 82 dieser Zeitschrift mitgetheilt.

als Bestätigung von *Arago's* Ansicht angesehen *). Man kann die Wahrheit dieser Beobachtungen wohl zugeben, aber wenn tausend Beobachter in tausend verschiedenen Meridianen eine ähnliche Übereinstimmung bemerken, so beweiset dieses doch nur, daſs einige Nordlichter mit Agitationen der Magnetnadel zusammentreffen, ein Satz, der von dem *Arago's* ganz verschieden ist. Man kann demnach die verschiedenen über den hier besprochenen Punct vorhandenen Thatsachen unter zwei verschiedene Gesichtspuncte bringen:

1. Wenn es bewiesen ist, daſs es Nordlichter gibt, die keinen Einfluſs auf die Magnetnadel ausüben, daſs Störungen im Gange der Magnetnadel bemerkt werden, ohne ein Nordlicht zu sehen, und daſs diese beiden Phänomene manchmal zugleich eintreten: so muſs man sie als zufällig coexistirende Wirkungen einer allgemeineren Ursache ansehen. Wäre diese Coexistenz auch beständig, so wäre noch nicht bewiesen, daſs eines dieser Phänomene die Ursache des anderen ist, und es wäre wieder so wahrscheinlich wie vorhin, daſs beide einen allgemeineren Grund haben. Worin dieser Grund liegt, wissen wir nicht, aber ausgezeichnete Gelehrte haben die Meinung aufgestellt, daſs dieses leuchtende Meteor und die Entwicklung der magnetischen Thätigkeit ihren Ursprung in dem gestörten electrischen Gleichgewichte der Atmosphäre haben.

2. Die Beobachtungen *Parry's* und *Foster's* scheinen diesen Gegenstand noch schwieriger gemacht zu haben. Denn der Unterschied der täglichen Variation in den Monaten, wo Nordlichter sichtbar waren, und wo man keine

---

*) *Kupffer's* Beobachtungen findet man in Bd. III. S. 325 dieser Zeitschrift.

dergleichen bemerkte, ist zu groſs, als daſs man ihn für zufällig halten könnte. Sollen künftige Beobachtungen dieses noch mehr bestätigen, so würde daraus folgen, daſs in den Polargegenden und zur Zeit, wo viele Nordlichter erscheinen, die Excursionen der Magnetnadel kleiner werden, während sie in unseren Breitegraden dadurch vergröſsert werden. —

C. Electricität.

1. Über die Natur der electrischen Ströme. Von *L. Nobili.*

(Bibl. univ. Février 1828, *pag.* 118.*)*

Nobili sucht zu beweisen, daſs es keinen electrischen Strom ohne Temperaturdifferenz gibt. Er classificirt zum Behufe des Beweises dieses Satzes die bekannten electrischen Ströme, und theilt sie in Ströme ohne chemische Wirkung, und in Ströme mit chemischer Wirkung ein. Die ersteren sind die eigentlich thermoelectrischen, welche wieder in einem einzigen Metalle, in mehreren Metallen, in feuchten Leitern, und in beiden zugleich Statt finden können. Die zwei ersteren sind die zuerst von *Seebek* und *Yelin* beobachteten thermo-electrischen Ströme. Über die Ströme in feuchten Leitern sagt *Nobili:* Wenn man die Endestellen zweier Thoncylinder mit einander in Berührung bringt, nachdem man einen derselben erwärmt hat, so zeigt sich ein electrischer Strom, der vom erwärmten Ende zum kälteren geht, sobald man mittelst eines Multiplicators die Kette schlieſst. Dieser Strom entsteht rein in den verschieden erwärmten Stellen des Thones, und der Draht des Multiplicators nebst dem anderen Zugehör thut bloſs die Dienste eines Leiters; ein präparirter Frosch zeigt

diesen Strom auch ohne Multiplicator. Die Richtung desselben wird nicht geändert, wenn man das Thonstück in salzige oder saure Lösungen einweicht. Um einen electrischen Strom der letzten Art zu erzeugen, befestige man an jedes Ende des Multiplicatordrahtes eine Platinplatte, und stelle sie in einer gewissen Entfernung von einander in ein leeres Gefäſs, gieſse dann an der Seite der einen Platte kochendes, an der Seite der anderen kaltes Wasser in das Gefäſs, und beobachte dabei die Magnetnadel des Multiplicators. Man bemerket das Daseyn eines Stromes, der von der Seite des warmen Wassers zum kalten übergeht. Denselben Erfolg erhält man, wenn man eine Tasse mit kaltem Wasser anfüllt, und die zwei Platinplättchen darein taucht, deren eines vorher in siedendes Wasser gesenkt war. In beiden Fällen ist der Strom nicht anhaltend, und läſst an den Platinplatten keine Spur zurück, sie sind wie vorhin ganz homogen, und es scheint gar keine chemische Wirkung einzutreten.

Die electrischen Ströme mit chemischer Wirkung sind hydro-electrische der ersten, und hydro-electrische der zweiten Classe, je nachdem bei ihnen metallische Leiter ins Spiel kommen oder nicht. Bei den ersteren, ohne chemische Wirkung, lag die Temperaturdifferenz offen am Tage, bei den letzteren muſs sie erst nachgewiesen werden. *Nobili* nimmt als bewiesen an, daſs in jedem hydro-electrischen Apparate nur dann ein electrischer Strom eintritt, wenn die Flüssigkeit wenigstens auf einen der zwei metallischen Leiter chemisch wirkt, und daſs die Intensität der electrischen Wirkung in dem Maſse zunimmt, in welchem ein Metall mehr angegriffen wird als das andere; ferner daſs der electrische Strom in den meisten Fällen von dem mehr ange-

griffenen Metalle zum minder angegriffenen geht, wie übrigens auch ihre Natur beschaffen seyn mag. Man kann nun annehmen, daſs die Electricität immer durch die chemische Wirkung entwickelt wird, oder daſs diese Wirkung zur Erzeugung einer Temperaturdifferenz dient, die dann, wie in den vorhergehenden Fällen, erst den electrischen Strom erregt. Man weiſs wohl, daſs der electrische Strom von dem mehr angegriffenen Metalle ausgeht, und dieses ist wahrscheinlich auch das wärmere, so daſs auch von dieser Seite sich der Ursprung der hydroelectrischen Ströme an die thermo-electrischen anschlieſst; aber es entsteht noch immer die Frage: ob die Temperaturerhöhung in dem am meisten angegriffenen Metalle so bedeutend sey, daſs man in ihr die Quelle der Electricitätserregung zu suchen berechtiget ist? Diese Frage suchte *Nobili* zu beantworten: Er nahm eine Zink- und eine Kupferplatte, die eigens so eingerichtet waren, daſs jede in einer dazu bestimmten Höhlung mitten in ihrer Masse ein Thermometer aufnehmen konnte, setzte beide mit den Drähten eines Multiplicators in Verbindung, füllte die Höhlungen für die Thermometerkugeln mit Quecksilber vollends aus, und befestigte hierauf beide Platten in verticaler Stellung auf dem Boden eines Gefäſses, in das er mit Säure versetztes Wasser goſs. Die Temperatur dieses Wassers wurde von einem dritten Thermometer angegeben. Unter diesen Umständen erhielt er folgende Temperaturangaben:

Zeit der Beobachtung	Thermometerstand			Grade des Multiplicators.
	a im Zink.	b im Kupfer.	c im Wasser.	
nach 0 M.	11°	11°	11°	69°
» 2 »	15° 1/3	11° 1/2	13°	63°
» 4 »	18° 1/2	13°	17°	61° 1/2
» 6 »	20° 3/4	15°	19°	61°
» 8 »	22° 1/2	16° 1/2	21°	61°
» 10 »	23° 1/2	18°	22°	61°
» 12 »	24° 1/2	19°	23° 1/2	61°
» 14 »	24° 4/5	20°	24° 1/5	61°
» 16 »	25°	20°	25°	61°
» 18 »	25°	20°	25°	61°
» 20 »	24° 1/2	20°	25°	60°
» 22 »	24°	20°	24° 1/2	60°

Demnach ist die Temperatur des Zinkes immer höher als die des Kupfers, die Temperatur der Flüssigkeit ist anfangs geringer als die des Zinkes, doch werden beide gegen das Ende einander gleich.

Der bleibende Temperaturunterschied (von 5°) zwischen Kupfer und Zink ist wohl nicht im Stande, eine electro-dynamische Wirkung von groſser Stärke zu erzeugen, doch ist diese Differenz nicht die wahre, weil beständig vom Zink, als der eigentlichen Wärmequelle, die Wärme in die Flüssigkeit, in die Luft etc. abflieſst; ihre Menge muſs auſserordentlich seyn.

Die hydro-electrischen Ströme entstehen bei der Berührung feuchter Leiter. Die auffallendsten dieser Art bringen alkalinische und saure Substanzen hervor, bei denen auch eine starke chemische Wirkung eintritt; doch gibt es auch Fälle, wo ein starker Strom der Art ohne chemische Wirkung Statt hat, wie bei der Berüh-

rung der Schwefelsäure und des Salpeters. Wo eine doppelte Zersetzung vor sich geht, tritt entweder gar kein Strom ein, oder ein sehr geringer. Im Ganzen ist also hier die Electricitätserregung nicht der chemischen Wirkung proportionirt. Um die Natur dieser Ströme noch genauer kennen zu lernen, muſs man auch auf die Richtung derselben Rücksicht nehmen. Bei der Berührung eines Alkali und einer Säure gibt *Nobili's* Multiplicator oft eine Ablenkung von 50°, wenn das Alkali fest ist, hingegen eine von 5° — 10°, wenn dieses flüssig ist, und oft ist im letzteren Falle die Richtung der Ablenkung der im ersten Falle eintretenden entgegengesetzt. Die Electricität, die ein Kalkstück mit Salpetersäure erzeugt, geht vom Kalk zur Säure, bei Kalkwasser statt des Kalkstücks hingegen von der Säure zum Kalkwasser.

Alle diese Verwirrung hat ein Ende, wenn man auf die Temperaturdifferenz Rücksicht nimmt, und voraussetzt, der electrische Strom gehe immer vom wärmeren Körper zum kälteren. Daraus wird es begreiflich, warum man mit festem Kalk und einer Säure einen stärkeren Strom bekommt, als mit Kalkwasser; denn im ersteren Falle ist die chemische Wirkung so lebhaft wie im zweiten, aber fester Kalk erwärmt sich mehr als eine Kalklösung, darum ist bei zwei flüssigen Körpern stets die electrische Wirkung ungeachtet ihres starken chemischen Aneinandergreifens so schwach, weil sich die Temperaturdifferenz nicht erhält. Da feste Körper stets die Wärme besser behalten, als flüssige, so sind sie wärmer, und man könnte auch sagen, der electrische Strom geht immer vom festen Körper in den flüssigen. Bei flüssigen Körpern kann man *a priori* nicht bestimmen, welcher der wärmere seyn wird, und muſs daher auch darauf verzichten, die Richtung des electrischen Stromes in ihnen vorherzusagen.

Demnach, behauptet *Nobili*, gibt es keine Electricitätserregung ohne Wärme, und alle Electricität leitet sich von der Wärme ab. Die Berührungselectricität in einem *Volta*'schen Elemente entsteht durch Druck. Die Electricität äuſsert sich auf eine zweifache Weise: es ist entweder ihr Gleichgewicht nur an der Oberfläche gestört, und dann treten die Phänomene der Spannung hervor, oder sie ist im ganzen Körper in Bewegung. *Nobili* glaubt auch in seinen Behauptungen einen neuen Grund für die Meinung Derjenigen zu finden, daſs die Electricität nur eine modificirte Wärme sey.

2. Methode, thermo-hydroelectrische Ströme zu erhalten. Von *L. Nobili*.

(Bibl. univ. Mars 1828, p. 174.)

Man tauche die Platinenden eines Galvanometers in zwei Tassen *A* und *B*, die eine Salzauflösung von Kochsalz oder Salpeter enthalten, füge diesen zur gröſseren Sicherheit zwei andere Tassen *A'* und *B'* mit gleichem Inhalte bei, die erstere an der Seite von *A*, die andere an der Seite von *B*. Diese Tasse *A'* communicire mit *A*, *B'* mit *B* mittelst Amianth oder in die Salzlösung getauchter Baumwolle. Hierauf nehme man Töpferthon, bilde daraus verschiedene kleine Cylinder von 2 — 3 Z. Länge und 3 — 4 L. im Durchmesser, und wähle zwei derselben zum Versuche aus. Von jedem umwickelt man ein Ende mit Baumwolle, die man mit obiger Salzlösung getränkt hat, und ziehe das andere Ende des einen in eine Spitze aus. Diese Spitze wird in einer Flamme bis zum beginnenden Rothglühen erhitzt. Berührt man nun mit ihr das freie kalt gebliebene Ende des anderen Cylinders, und taucht zugleich die Baumwolle, welche mit den anderen zwei Extremitäten in Verbindung steht, in die Tassen *A* und *B*, so zeigt die Nadel des Multiplica-

tors eine Ablenkung von 5° — 10°. Der Strom geht vom warmen Ende zum kalten. Wenn man die heiſse Spitze in den weichen Thon des anderen Cylinders eindrückt, und so die Berührungsoberfläche vermehrt, ist die Ablenkung am stärksten. Hebt man die Berührung der zwei Cylinder auf, und stellt sie nach einiger Zeit wieder her, so bemerkt man einen Strom, der in dem Verhältnisse schwächer ist, als die Temperatur gesunken. Man bemerkt dieses Phänomen selbst am getrockneten Thon, den man wieder befeuchtet hat, und überhaupt an allen Thonarten. Mit Kalk, Baryt etc. zeigte sich kein Effect, *Nobili* schreibt dieses ihrer schlechten Leitungsfähigkeit zu. Der Thon bekommt diese durch das eingesaugte und hartnäckig zurückgehaltene Wasser, und ist daher zur Erzeugung solcher Phänomene am meisten geeignet.

3. Electrische Eigenschaften des Turmalin. Von *Becquerel.*

(Ann. de Chim. etc. Tome 37, p. 5.)

Bekanntlich sehen Mehrere die Anziehung der kleinsten Theile der Körper gegen einander als das Resultat einer electrischen Polarität dieser Theile an, und denken sich die Atome mit denselben Eigenschaften begabt, die einem gehörig erwärmten Turmalin zukommen. *Becquerel* hat zum Behufe einer näheren Prüfung dieser Ansicht die electrischen Eigenschaften des Turmalin untersucht, und dabei mehrere interessante Thatsachen gefunden. Das Mémoire, welches er hierüber der Academie der Wissenschaften am 14. Jänner 1828 mittheilte, enthält nach einer nicht ganz vollständigen historischen Darstellung des bereits schon in diesem Fache Geleisteten, die Resultate der neuen Untersuchung, wie folgt:

Diese Untersuchungen bezogen sich 1) auf die Eigenschaften eines an allen Theilen gleich stark erwärm-

ten oder erkalteten Turmalins, 2) auf die eines solchen, wovon ein Theil mehr als der andere erwärmt wurde.

Es wurde ein Turmalin in einer papierenen Scheide an einem einfachen Seidenfaden aufgehängt, der in ein gläsernes Gefäſs reichte, welches in einem eisernen, mit Quecksilber gefüllten Behältnisse stand, dessen Temperatur mittelst einer Weingeistlampe erhöht wurde. In dem Maſse, als sich der innere Raum jenes Gefäſses erwärmte, stieg auch die Temperatur des Turmalins; und da ihm die Weise, wie er aufgehängt war, eine groſse Beweglichkeit gestattete, so lieſsen sich daran die geringsten Spuren von Electricität wahrnehmen. Ein nicht weit vom Turmalin angebrachtes Thermometer zeigte seine Temperatur an. Mittelst dieses Apparates erhielt *Becquerel* folgende Resultate: Bei 30° C. bemerkt man die ersten Spuren einer electrischen Polarität beim Annähern eines schwach electrisirten Körpers, und diese Polarität bleibt dem Turmalin bis 150° und darüber, vorausgesetzt, daſs die Temperatur fortwährend steigt; ist sie aber nur einen Augenblick stationär, so verschwindet die Polarität alsogleich, so daſs man fernerhin keine Spur von Electricität wahrnimmt, so lange sich die Temperatur nicht ändert; sobald sie aber abnimmt, erscheint die Polarität mit entgegengesetzten Zeichen, der vorhin negative Pol wird positiv, und umgekehrt. Diese Wirkungen treten ein, bei welcher Temperatur man immer dem ferneren Steigen derselben Einhalt thun mag. Die Zeit des Überganges von einer Polarität in die entgegengesetzte ist sehr kurz.

Man könnte demnach glauben, die Intensität der Electricität jedes Poles stehe mit der Erwärmungs- oder Erkältungsgeschwindigkeit im Verhältnisse, aber es ist nicht so. Um dieses zu sehen, müſste man die electrische Spannung in bestimmten Zeitabschnitten messen.

Man gelangt dahin, wenn man in dem Gefäſse, worin sich der Turmalin befindet, nahe an jedem seiner Pole einen verticalen Eisenstab anbringt, wovon jeder mit einem Pole einer trockenen electrischen Säule communicirt, deren electrische Spannung man während einer Stunde als constant ansehen kann, besonders wenn man darauf bedacht ist, sie dem Einflusse der Wärme zu entziehen. Sobald der Turmalin electrisch geworden ist, stellt er sich zwischen die zwei Stäbe so, daſs die entgegengesetzten Pole einander zugekehrt sind, und wenn man ihn aus dieser Lage bringt, gelangt er durch eine Reihe von Oscillationen wieder dahin, und die Anzahl derselben in einer gegebenen Zeit kann als Maſsstab der electrischen Spannung desselben angesehen werden. Die folgende Tabelle enthält mehrere Resultate:

Temperatur des Turmalin.	Anzahl der Oscillationen während einer bestimmten Zeit *).
100°	6
90°	10
80°	13
70°	15
60°	15
50°	15
40°	14
30°	13
20°	7

*) *Becquerel* bezeichnet diese Zeit mit 30, ohne nähere Bezeichnung dieser Gröſse. Wahrscheinlich sind es 30 Secunden.

Die Temperatur wurde auf 115° gesteigert. Bei 105° fing der Turmalin an, wiewohl er schon früher electrisch war, sich den zwei Eisenstäben gegenüber zu stellen, die mit den Polen der trockenen Säule communicirten, bei 100° wurden die Oscillationen erst meſsbar. Die vorhergehenden Resultate zeigen, daſs von 115° — 100°, wo die Erkältung am stärksten ist, die electrische Spannung sehr langsam wächst, aber von 100° — 70° erfolgt diese Zunahme schnell; von 70°—40° ist die Spannung stationär, von 40° — 20° nimmt sie nahe in demselben Verhältnisse ab, in welchem sie von 100° — 70° zugenommen hatte. Bei 15° verschwindet die Polarität gänzlich, wiewohl sie bei 30° begonnen hatte. Dieselben Resultate bemerkte man an mehreren Turmalinen. Daraus geht nun hervor, daſs die electrische Spannung der Erkältungsgeschwindigkeit nicht proportionirt ist.

Es ist nicht so leicht, die Stärke der Electricität eines Turmalins während der Erhöhung der Temperatur zu messen, wie während der Abnahme derselben; denn wiewohl die electrische Polarität an und für sich sehr stark ist, so reicht sie doch nicht hin, um die Unterschiede derselben, die bei der Zunahme der Temperatur eintreten, zu bestimmen, wenn man sich der Methode der Oscillationen bedient; darum muſs man sie unmittelbar bestimmen. Dabei sieht man, daſs es zwischen der Art der Electricitätsentwickelung während der Zunahme der Temperatur, und der, welche bei der Abnahme derselben eintritt, einen groſsen Unterschied gibt, und doch ändert sich in beiden Fällen die Temperatur von jedem Augenblick zum nächstfolgenden.

Die genauesten Versuche scheinen zu zeigen, daſs der Turmalin, während er electrisch wird, weder Electricität abgibt, noch von der Umgebung aufnimmt, so

dafs die Electricität blofs durch Zersetzung des electrischen Fluidums jedes einzelnen Elementes hervorgebracht wird. Um zu beweisen, dafs von Seite des Turmalins keine Electricität abgegeben wird, setzt man auf den Deckel eines guten *Volta*'schen Condensators eine Kupferplatte von erhöhter Temperatur, und läfst sie von einem Ende des Minerals berühren. Hebt man nach einiger Zeit den Deckel auf, so findet man kein Zeichen der Electricität.

Nun kommt die Reihe an die Versuche, welche angestellt wurden, während ein Theil des Turmalins mehr erwärmt war als der andere. Um die da eintretenden electrischen Wirkungen zergliedern zu können, mufs man sich vorläufig versichert haben, ob die Temperatur im Ab- oder Zunehmen sey, weil die Resultate in jedem dieser zwei Fälle anders ausfallen. Dahin gelangt man, indem man jedes Ende des Turmalins in eine kleine Glasröhre einschliefst, deren Ränder man zum Glühen bringt, damit sie sich fest an den Turmalin anlegen; dann macht man ihn in der Mitte mittelst eines Platindrahtes an einer Glasröhre an, und erwärmt eine der Extremitäten, z. B. die, welche bei der Erkältung, nachdem die Temperatur allenthalben gleich geworden ist, den positiven Pol hat, und die *P* heifsen mag. Diese wird sich auf Kosten der Röhre erwärmen, mit ihr einerlei Temperatur annehmen, und auch gleichzeitig mit ihr abkühlen. So lange die Temperatur am anderen Ende, das *N* heissen mag, nicht zu steigen anfängt, zeigt sich das ganze *P* negativ-electrisch, der Rest bleibt unelectrisch. Da besitzt nun der Turmalin nur eine Electricität. Davon überzeugt man sich, wenn man successiv allen Puncten des Turmalins die Probescheibe des *Coulomb*'schen Electroscops bis auf eine sehr kleine Entfernung nähert, die abwechselnd mit negativer und positiver Electricität ge-

laden ist. In diesem Falle gleicht ihr Zustand dem einer *Volta*'schen Säule, deren positiver Pol mit der Erde in leitender Verbindung steht, denn die negative Electricität wird da gegen den entgegengesetzten Pol immer schwächer. Diese Wirkung erfolgt nur, wenn die Temperatur im Abnehmen ist, und das entgegengesetzte Ende noch nicht hinreichend erwärmt ist, um auch electrisch zu werden. In der Säule erhält man jedes Mal eine einzige Electricität, wenn man einen der Pole mit der Erde verbindet; im Turmalin ist es aber nicht so, indem er weder Electricität abgibt noch annimmt. Dieses Factum steht mit unseren bis jetzt erlangten Kenntnissen über die Entwicklung der Electricität im Widerspruche, indem sonst immer beide Electricitäten zugleich auftreten. Es muſs demnach hier eine derselben gebunden *(dissimulée)* oder von der Luft aufgenommen worden seyn; darüber gaben aber die genauesten Untersuchungen keinen Aufschluſs.

Bisher wurde vorausgesetzt, daſs *N* noch nicht die zur Entwicklung der Electricität nöthige Temperatur angenommen habe; nimmt diese aber zu, so tritt ein Zeitpunct ein, wo diese Seite positive Electricität hat, wie man sie gehabt hätte, wenn die Temperatur am ganzen Turmalin gleichförmig zugenommen hätte. Sobald die Temperatur von *P* stationär ist, hat sein electrischer Zustand ein Ende, geht aber, sobald sie abnimmt, in den entgegengesetzten über. Zu gleicher Zeit befindet sich die Seite *N* nach Verhältniſs ihrer Temperatur entweder im natürlichen Zustande, oder ist electro-positiv oder negativ. *Becquerel* schlieſst aus diesen Thatsachen, daſs jede Seite eines Turmalins, den man ungleich erwärmt, für sich einen eigenen, vom anderen unabhängigen electrischen Zustand annimmt, so daſs, wenn z. B. die Temperatur von *P* im Wachsen, dann stationär, und

endlich im Abnehmen ist, es den negativen, den natürlichen und den positiven Zustand annimmt. *N* hat unter denselben Umständen, d. h. wenn seine Temperatur wächst, stationär wird oder abnimmt, den entgegengesetzten Zustand. Demnach ist der electrische Zustand jeder Seite derselbe, als wenn das ganze Mineral die dieser Seite entsprechende Temperatur hätte.

Nach diesen Thatsachen kann man die chemischen Wirkungen nicht daraus erklären, daſs man den Atomen electrische Eigenschaften zuschreibt, wie sie die Wärme im Turmalin entwickelt; denn da die electrische Polarität immer bei der Erhöhung oder Erniedrigung der Temperatur eintritt, so würden sich die chemischen Verbindungen von selbst auflösen, sobald die Temperatur stationär geworden. Nimmt man auch eine permanente Polarität der Atome an, so sieht man doch noch nicht ein, wie die electrischen Modificationen, welche die Erhöhung der Temperatur erzeugt, ähnlich denen am Turmalin, die Erscheinung der chemischen Verwandtschaft hervorbringen können.

Es wird hier keineswegs erklärt, wie die Atome electrisch werden, oder ob sie eine beständige Electricität besitzen; die Absicht dieser Untersuchung ging nur dahin, die electrischen Eigenschaften des Turmalin zu studieren, und zu zeigen, daſs eine electro-chemische Theorie, welche die Atome wie kleine Turmaline betrachtet, keinen festen Stand habe.

4. Über die Wirkung der Mineralsäuren auf Kupfer. Von Dr. *Davy*.

(Phil. mag. Jan. 1828, p. 49.)

Davy hat am 22. November 1827 in der *Royal Society* eine Abhandlung über die Wirkung der Mineralsäuren auf Kupfer vorgelesen, welche unter verschiedenen

Umständen Statt finden. Das genannte Journal gibt den Inhalt dieser Vorlesung folgender Maſsen an: Wird in verdünnte Schwefelsäure eine polirte Kupferstange getaucht, und die atmosphärische Luft abgehalten, so findet sich davon selbst nach drei Monaten nur eine sehr geringe Quantität aufgelöset, und die Stange ist leicht mit schwarzem Kupferoxyd überzogen. Ein ähnliches Resultat erhält man mit verdünnter Salzsäure; aber verdünnte Salpetersäure löset eine gröſsere Menge Metall auf, und man findet die Kupferstange mit einer Rinde von schwarzem Oxyd überzogen. Sind die Gefäſse, worin man diese Versuche anstellt, bloſs mit einer Glasplatte bedeckt, und dadurch zwar die Verdünstung verzögert, aber doch der Zutritt der Luft nicht verwehrt, so findet man nach acht Monaten die Schwefelsäure mit Kupfer gesättiget, und die Kupferstange mit einer dünnen Kruste von schwarzem Kupferoxyd bedeckt. Die Salpetersäure setzt also eine bedeutende Menge Kupferprotoxyd mit ein wenig krystallisirtem salpetrigsaurem Salze und einer sehr geringen Quantität von metallinischem Kupfer auf die Metallstange ab. In Salzsäure findet ein ähnlicher Absatz Statt, aber das salzsaure Salz ist in groſser Menge gebildet und so krystallisirt, wie dieses Mineral in Peru gefunden wird.

Der Verfasser nimmt an, diese complicirten Resultate, welche die Gegenwart der atmosphärischen Luft hervorbringt, lassen sich auf die electro-chemische Wirkung zurückführen, welche durch Reaction der gebildeten Combinationen auf einander entsteht.

D. Wärme.

1. Über das Messen hoher Temperaturen. Von *Prinsep*.

(Phil. mag. Feb. 1828, pag. 129.)

Am 13. December verflossenen Jahres hat *Prinsep* durch *Roget* der königl. Gesellschaft zu London einen Aufsatz über das Messen hoher Temperaturen mitgetheilt, dessen Inhalt in der oben angezeigten Quelle folgender Maſsen angegeben wird: Nachdem der Verfasser mehrere Verfahrungsarten seiner Vorgänger angeführt hatte, deren Zweck war, hohe Temperaturen zu messen, beschreibt er sein eigenes Verfahren, um zu diesem Ziele zu gelangen. Dabei wird eines sehr interessanten Factums Erwähnung gethan. *Prinsep* hatte eine Art Compensationsstange construirt, die aus zwei Metallstreifen bestand, deren einer aus Silber, der andere aus Gold gemacht war; beide Metalle waren ursprünglich ganz rein und ohne Zwischenmittel mit einander verbunden. Nach wenigen Jahren, während welcher Zeit der Apparat immer einer sehr hohen Temperatur ausgesetzt war, verwandelte sich die Oberfläche des Goldes in eine Silberlegirung, die bis zu einer bedeutenden Tiefe ins Gold hineinreichte, und die Empfindlichkeit des Instrumentes, die Temperaturänderungen anzuzeigen, zerstörte.

Nach mehreren Versuchen gab der Verfasser dem Verfahren den Vorzug, nach welchem man hohe Temperaturen aus dem Schmelzen reiner Metalle abnimmt. Die Schmelzpuncte des Silbers, Goldes und Platins liegen so weit von einander, daſs sie einen sehr bedeutenden Temperaturunterschied umfassen, und wenn man zwischen diesen drei fixen Puncten Zwischenpuncte verlangt, so erhält man sie durch Legirungen dieser drei

Metalle mit einander in verschiedener Proportion. Hat man einmal eine Reihe solcher Legirungen bereitet, so kann man die Hitze eines Ofens durch die Legirung benennen, die unter allen, welche darin schmelzen, am leichtesten in Fluſs geräth. Ein Pyrometer, nach diesem Prinzip eingerichtet, hat, abgesehen von der Präcision seiner Anzeigen, den Vortheil, daſs man es immer und überall übereinstimmend verfertigen kann; die Kleinheit desselben ist ein neuer Vorzug, denn man braucht dazu nichts, als ein kleines Gefäſs, das in abgesonderten Zellen die nöthige Anzahl von pyrometrischen Legirungen, jede von der Gröſse eines Stecknadelkopfes, enthält. Ist eine davon bei einem Versuche geschmolzen, so darf man sie nur unter den Hammer bringen, um es von Neuem brauchen zu können.

Zur genauen Registrirung der Resultate bedient sich der Verfasser der einfachen Decimalbezeichnung, die zugleich die Natur des Metallgemisches und den entsprechenden Temperaturgrad angibt. Der Abstand zwischen dem Schmelzpuncte des Silbers und Goldes ist nicht groſs, darum wird er nur in zehn Grade getheilt, deren jeden man erhält, wenn man dem Silber nach und nach immer 10 Procent Gold zusetzt, so daſs der Schmelzpunct des reinen Silbers mit Null, der des reinen Goldes mit 10 bezeichnet ist. Vom Schmelzpuncte des Goldes bis zu dem des Platins zählt der Verfasser 100 Grade, und bestimmt die Zwischengrade, indem er dem Golde successiv 1 Procent Platin zusetzt.

2. Über die beim Verbrennen erzeugte Hitze. Von *Depretz.*

(Annal. de Chim. et de Phys. Tome 37, p. 180.)

Depretz hat der Academie der Wissenschaften zu Paris am 16. October 1827 ein Mémoire über die Hitze

vorgelesen, welche beim Verbrennen der Kohle, des Hydrogen, Phosphors und mehrerer Metalle erzeugt wird, von welchem in dem genannten Journale folgendes in einem kurzen Auszuge gesagt wird: Der Calorimeter, der zu dieser Untersuchung gebraucht wurde, läſst sich zur Ausmittelung der Wärme brauchen, die beim Verbrennen von was immer für einem Körper sich entwickelt, selbst bei dem des Schieſspulvers. Er ist dem Calorimeter von *Rumford* weit vorzuziehen, welcher die Wärmemenge nicht genau angab, und *Rumford* selbst konnte nie über das Verbrennen der Kohle Versuche machen. Auch ist hier zum ersten Male die Wärmemenge untersucht, welche beim Verbrennen der Metalle frei wird. Nach diesen Versuchen entwickelt mit 1 Gr. Oxygen

Wasserstoff .	2578°,
Kohle . . .	2967°,
Eisen . . .	5325°.

Phosphor, Zink und Zinn entwickeln fast dieselbe Wärmemenge, wie Eisen. Sobald die Versuche so oft wiederholt seyn werden, daſs man an der Genauigkeit der Resultate nicht wird zweifeln dürfen, werden sie der Quantität nach bekannt gemacht werden.

Hydrogen entwickelt für dieselbe Menge Sauerstoff die geringste Wärmemenge, die Metalle die meiste.

Es ist merkwürdig, daſs Kohle, welche das Volumen des Sauerstoffgases nicht ändert, eine Wärmemenge entwickelt, die $^3/_5$ von der beträgt, welche Eisen und die Metalle überhaupt frei machen.

3. Über das Verbrennen unter verschiedenem Drucke. Von *Depretz.*

(Ebendaselbst, p. 182.)

Depretz las der Academie am 23. Oct. 1827 ein anderes Mémoire über den bezeichneten Gegenstand vor, aus dem hervorgeht, dafs die Wärmemenge, die ein Körper entwickelt, der das Volumen des Sauerstoffgases nicht ändert, dieselbe bleibt, die Dichte dieses Gases mag wie immer beschaffen seyn. Dieses Resultat erhielt man zwar nur mit Kohlenstoff, aber es ist sehr wahrscheinlich, dafs der Schwefel und andere Körper, die das Volumen des zündenden Gases nicht ändern, dasselbe Resultat geben. *Depretz* meint auch, dafs die Wärmemenge, die ein Körper beim Verbrennen entwickelt, der alles Oxygen in einen festen Zustand bringt, desto kleiner ist, je gröfser der darauf lastende Druck ist, und dafs die Differenz die bei der Reduction des Volumen des Sauerstoffgases verloren gegangene Wärme vorstellt. Man hat daran ein Mittel, die Wärmemenge zu erkennen. Bei den anderen Versuchen, bei denen Hydrogen, Kohlenstoffoxyd und Kohlensäure eine Rolle spielten, wird man sehen, ob alle Gase dieselbe Wärmemenge fahren lassen oder nicht, wenn ihr Volumen auf gleiche Weise geändert wird.

Eine wichtige Wahrheit, die sich aus den Versuchen mit Kohlenstoff bei verschiedenem Druck ergibt, ist, dafs das Oxygen und die Kohlensäure gleich viel Wärme enthalten bei dem Druck, dem sie bei der Untersuchung ausgesetzt waren. Geben Versuche mit Schwefel bei verschiedenen Pressionen dieselbe Wärmemenge, so kann man daraus schliefsen, dafs auch die schwefelige Säure und das Sauerstoffgas eine gleich grofse Wärmemenge enthalten; und da diese drei Gase,

das Sauerstoffgas, das Kohlensäuregas und das schwefeligsaure Gas an ihren Eigenschaften sehr stark von einander abweichen, so wird man diesen Schlufs auf alle Gase ausdehnen können.

E. Versuche über die Absorption der Dünste durch tropfbare Flüssigkeiten. Von *Graham.*

(Journ. of Scien. N. XVI. p. 326.*)*

Graham stellte folgende Versuche an: Es wurde in ein tiefes Cylinderglas so viel Wasser gegossen, dafs es den Boden desselben auf $^1/_2$ Z. bedeckte. In diesem Gefäfse ward einen Zoll über der Wasserfläche eine 3 Z. weite Porzellanschale angebracht, die 500 Gran einer gesättigten Kochsalzlösung von der Temperatur 57° F. enthielt. Die Mündung des ersteren Gefäfses wurde mit einer Glasplatte mittelst Fett luftdicht verschlossen. Man hatte dabei die Absicht, die Lösung in einer Atmosphäre zu erhalten, die nahe mit Wasserdünsten gesättiget war. Der Vergleichung wegen wurde ein anderes Gefäfs von derselben Art, wie das vorhergehende, eingerichtet, mit dem einzigen Unterschiede, dafs die Porzellantasse statt der Salzlösung nur 500 Gran reinen Wassers enthielt. Beide Gefäfse wurden an einen ruhigen Platz gestellt, der keiner grofsen Temperaturänderung unterworfen war, und ein Stück trockenes Kochsalz frei, in der Nähe, der Luft ausgesetzt. Nach sechs Tagen wurde alles untersucht, und gefunden, dafs das der Luft ausgesetzte Salz nicht die mindeste Spur eines Zerfliefsens zeigte. Das Wasser in dem zweiten Gefäfse hatte sich um 3 Gr. vermindert, aber die Salzlösung um 63 Gr. zugenommen. Diese Lösung konnte nicht Dünste von geringerer Temperatur, als die des Wassers war, verdichten und absorbiren, weil es unwahrscheinlich ist, dafs während der Dauer des Versuches eine Ungleich-

heit der Temperatur Statt gefunden hat; man müfste vielmehr aus diesem Versuche schliefsen, dafs das angewandte Kochsalz, wiewohl es selbst nicht zerfliefst und keine Dünste absorbiren kann, diese Eigenschaft in einem ziemlich hohen Grade im aufgelösten Zustande besitze, indem es in sechs Tagen nahe die Hälfte seines eigenen Gewichtes absorbirt hat; denn die Salzmasse betrug 143 Gr., und die Gewichtzunahme 63 Gr.

Bei zwei folgenden Versuchen wurden dieselben Quantitäten, ein Mal eine gesättigte Salmiak-, das andere Mal eine Bittersalzauflösung in Gefäfse gebracht, die zugleich etwas Wasser enthielten. Die Temperatur war beim Schliefsen der Gefäfse 58°, und blieb sich während des Versuches völlig gleich. In vier Tagen hatte das reine Wasser 2.5 Gr. verloren, aber die Salmiaklösung um 34 Gr., die Kochsalzlösung um 37 Gr., und die Bittersalzlösung um 8 Gr. zugenommen. Die Gewichtszunahme der Bittersalzlösung war am geringsten, wiewohl sie das meiste Salz enthielt.

Bei dem weiteren Verfolge dieses Gegenstandes wurde statt der zwei getrennten Gefäfse eine zinnerne Büchse angewendet, worin man zugleich mehrere Behältnisse mit Auflösungen anbringen konnte. Diese Behälter ruhten auf einem Drahtsiebe einen Zoll über dem Boden der Büchse, der $^1/_2$ Z. tief mit Wasser bedeckt war. Die Büchse war mit einem Deckel versehen, um sie luftdicht schliefsen zu können. Dabei zeigte es sich, dafs Gefäfse von Wedgewood Porzellan 1 — 12 Gr. Wasser von der Auflösung zu absorbiren im Stande waren. Darum vermied man solche anzuwenden, und brauchte dafür Halbkugeln oder Kapseln von Glas, die 3 Z. weit, und sonst einander möglichst gleich waren. Hierauf wurden Auflösungen von 1 Th. Kochsalz, 4 Th. Wasser, und eben so viel wasserfreies kohlensaures Kali in einem

gleichen Quantum Wasser bereitet. Das kohlensaure Kali wurde durch Glühen des überkohlensauren Kalis bei der Rothglühhitze, bis der Überschuſs an Säure und das darin enthaltene Wasser völlig ausgetrieben waren, bereitet. Drei Glaskapsel wurden in einer Zinnbüchse auf der Drahtunterlage so neben einander angebracht, daſs sie einander nicht berührten, das eine enthielt 500 Gr. Wasser, das andere 500 Gr. der Kochsalzlösung, das dritte 500 Gr. von der Auflösung des kohlensauren Kali; sie waren nicht ganz zur Hälfte angefüllt; man machte die Beobachtung bei einer gleichförmigen Temperatur innerhalb der Büchse, und schloſs sie dann luftdicht mittelst Fett. Nach sechs Tagen hatte das Wasser 23 Gr. verloren, die Kochsalzlösung um 39 Gr., und die Kalilösung um 6.5 Gr. zugenommen. Hier war es klar, daſs die Kochsalzauflösung nicht bloſs vom unteren Wasser, sondern auch von dem darneben stehenden, und sehr wahrscheinlich auch von der Kaliauflösung Dünste in sich gezogen habe. Demnach scheint die Auflösung des Kochsalzes eine entschieden stärkere absorbirende Kraft zu besitzen, als eine Auflösung des zerflieſslichen kohlensauren Kali.

In einer Zinnbüchse von 18 Z. Länge, 9 Z. Breite und 4 Z. Tiefe wurden bei unten angebrachtem Wasser zehn Kapsel mit verschiedenen Salzauflösungen zu gleicher Zeit angebracht. Um dem Einfluſs der Flüssigkeiten auf einander vorzubeugen, wurden sie durch Schirme von Pappe von einander getrennt, so daſs jede Kapsel in einer eigenen Zelle zu seyn schien, und doch alle mit dem unteren Wasser communiciren konnten. Die Resultate der Versuche enthält folgende Tafel, in welcher die erste Rubrik die Zusammensetzung der Auflösung, wovon 700 Gr. angewendet wurden, enthält, ausser wo sie für die Temperatur der Luft, die zwischen

55° und 42° schwankte, gesättiget war; die zweite Rubrik gibt die Gewichtszunahme in sechs Tagen; die dritte die neue Gewichtszunahme, als der Versuch noch vierzehn Tage lang fortgesetzt wurde; die vierte endlich enthält den Siedpunct der Auflösung.

I.	II.	III.	IV.
1. Kochsalz	35 Gr.	66 Gr.	224° F.
2. Bittersalz	7 »	16 »	214.5
3. Glaubersalz	0 »	2 »	213
4. Kohlensaure Soda . .	2 »	7 »	214
5. Salpeter	2 »	8 »	214
6. Salmiak	29 »	39 »	221
7. 1 Th. kohlens. Pottasche, 2 Th. Wasser	22 »	45 »	221
8. 1 Th. salzsaurer Kalk, 2 Th. Wasser . . .	53 »	105 »	230.5
9. 1 Th. salzsaurer Kalk, 5 Th. Wasser . . .	17 »	33 »	216.5
10. Wasser	—5 »	—3 »	212

Hieraus sieht man, dafs nicht blofs die Auflösungen der zerfliefsenden Salze, sondern selbst die derjenigen, welche in der Luft unzerfliefslich, ja selbst zu effloresciren im Stande sind, Dünste aus der beinahe damit gesättigten Luft absorbiren.

Einige der Resultate dieser Versuche sind besonders merkwürdig. Es ergibt sich daraus, dafs eine gesättigte Kochsalzauflösung, die weniger als ein Drittel ihres eigenen Gewichtes Kochsalz enthält, das nicht zerfliefslich ist, viel mehr Dünste absorbirt, als eine Auflösung des zerfliefslichen kohlensauren Kali, die nur das Doppelte des Salzes an Wasser enthält. Ferner geht hervor, dafs alle Salzauflösungen Dünste einsaugen und von sich geben, je nachdem es der Zustand der Atmosphäre fordert, in der sie sich befinden. Die absorbi-

rende Kraft ist desto gröſser, je höher der Siedpunct der Auflösung steht. Eine Kochsalzlösung absorbirt am meisten Dünste, und ihr Siedpunct liegt am höchsten.

Die folgende Tafel gibt die Gewichte an; die Salzauflösungen, z. B. Kochsalz, gewinnen, wenn sie von verschiedenen Concentrationsgraden sind, und fünf Tage lang eingeschlossen bleiben. Von jeder wurden 500 Gr. genommen.

Flüssigkeit.	Zunahme in 5 Tagen.	Siedpunct.
1. Gesättigte Kochsalzlösung .	33 Gr.	224° F.
2. 2 Th. Kochsalz, 1 Th. Wasser	23 »	220
3. 2 » » 2 » »	17 »	217.5
4. 2 » » 4 » »	10 »	216
5. Seewasser	3 »	213

Ein Gefäſs mit reinem Wasser verlor in derselben Zeit 4 Gr. Der Versuch mit Seewasser wurde einige Male wiederholt, und stets gefunden, daſs es ein starkes Absorptionsvermögen für Dünste besitze.

Hierauf wurden einige Salzauflösungen und saure Flüssigkeiten bereitet, deren jede bei 224° F. kochte, und 700 Gr. von jeder, durch fünf Tage in einem Gefäſse eingeschlossen, erhalten. Die folgende Tabelle benennt die Flüssigkeit, und gibt die Gewichtszunahme an, welche sie während dieser Zeit erlangte. Als diese Zunahme bekannt war, wurde jede Flüssigkeit aus dem gemeinschaftlichen Behälter genommen und der freien Luft ausgesetzt, um zu erfahren, wie viel sie in 24 Stunden durch Verdünstung verliert. Die so gefundenen Werthe enthält die dritte Spalte der folgenden Tafel:

Flüssigkeit.	Zunahme in 5 Tagen.	Verlust in 24 Stund.
1. Kochsalzlösung	+ 32 Gr.	8.5
2. Salzs. Kalklösung	34 »	8.0
3. Kohlens. Kali	30 »	8.6
4. Weinsteinsäure	31 »	8.4
5. Schwefelsäure (sp. G. 1.221)	34 »	8.1
6. Salzsäure (sp. G. 1.125) . .	113 »	— 2.1
7. » (sp. G. 1 089) . .	61 »	2.3
8. Salpetersäure (sp. G. 1.206)	59 »	2.9

Reines Wasser verlor in derselben Zeit 13.9 Gr. Die Lufttemperatur stand nicht über 45°. Die Salzauflösungen, die Weinstein- und Schwefelsäure verlieren und gewinnen, nahe gleich viel, wenigstens ist die Differenz so gering, dafs sie leicht von einem geringen Unterschiede in der Form der Gefäfse und von anderen Nebenumständen abhängen kann: aber die absorbirende Kraft der Salzsäure in den zwei Concentrationsgraden und der Salpetersäure ist sehr verschieden, wiewohl sie auch bei derselben Temperatur sieden. Die stärkere Salzsäure hat in der freien Luft gar eine Gewichtszunahme erlitten, statt etwas durch Ausdünstung zu verlieren; auch die schwächere Salzsäure und die Salpetersäure haben durch Verdünstung in einem geringern Verhältnisse verloren, als sie durch Einsaugen gewonnen haben. Es scheint daher das Einsaugungsvermögen dem Evaporationsvermögen verkehrt proportionirt zu seyn. Dieses zeigte sich recht deutlich, als verschiedene Salzauflösungen von verschiedenem Einsaugungsvermögen der Luft ausgesetzt wurden, wo immer diejenige am meisten durch Verdünsten verlor, welche am wenigsten

einsaugte, und umgekehrt. Salzsäure saugt, wie man aus der Tabelle ersieht, aus der Luft, so wie Schwefel- und Salpetersäure, Wasser ein. *Graham* hat oft bemerkt, dafs Salzsäure vom spec. Gewichte 1.190 bis 1.100 durch Einsaugen des atmosphärischen Wassers stark am Gewichte zunimmt, wenn die Temperatur nicht über 55° steht. Ist diese Säure so stark, dafs sie salzsaure Dämpfe ausstofst, so saugt sie so lange Wasserdünste ein, bis ihr spec. Gewicht 1.0960 beträgt. Wird aber unter diesem Grad verdünnte Salzsäure einer trockenen Luft ausgesetzt, so verliert sie nichts von ihrem Gase, wird aber durch Emission von Wasserdünsten stärker, bis ihr spec. Gewicht 1.0960 erreicht hat. Bei diesem Grade der Stärke liegt der Siedpunct der Flüssigkeit am höchsten, wie *Dalton* beobachtet hatte, und sie besteht dann aus einem Atom Säure, und aus 16 Atomen Wasser, wie *Thomson* bemerkt. Um das Absorptionsvermögen der Salzsäure in einer nicht gar trockenen Atmosphäre auszumitteln, wurde ein eigener Versuch im Monate Jänner unternommen. Drei kleine Porzellangefäfse, deren jedes 200 Gr. Salzsäure fafste, wurden mit Papier bedeckt in ein Zimmer gebracht, welches nicht beheitzt war. Die Flüssigkeit im ersten Gefäfse hatte ein spec. Gewicht von 1.185, die zweite bestand aus gleichen Theilen Wasser und Säure, das dritte Gefäfs enthielt reines Wasser. Man wufste mit Gewifsheit, dafs die Salzsäure keine Schwefelsäure enthalte. So oft 24 Stunden verflossen waren, wurde jedes Gefäfs gewogen, und folgende Gewichte gefunden:

Gewicht in		
Nro. I.	Nro. II.	Nro. III.
200.	200.	200.
209.	204.	194.
219.	216.	187.
227.	224.	160.
235.	220.	133.
242.	223.	105.
247.	221.	93.
245.	210.	70.
244.	200.	50.

Das Vermögen der tropfbaren Flüssigkeiten von ungleicher Zusammensetzung, ihre Dünste gegenseitig zu absorbiren, ist demnach sehr verbreitet. Man kann stets mit Sicherheit annehmen, daſs von zwei Flüssigkeiten, die sich in allen Verhältnissen mit einander vermischen lassen, die am wenigsten flüchtige die Dünste der flüchtigeren zu absorbiren im Stande ist.

Alkohol und Wasser sind zwei Flüssigkeiten, die sich in jedem Verhältnisse mit einander mischen, und wovon Wasser die weniger flüssige ist; und wirklich absorbirt Wasser den Alkoholdunst bei der Temperatur der Atmosphäre mit groſser Begierde.

Folgender Versuch sollte zeigen, in welchem Verhältnisse die absorbirende Kraft des Wassers auf Alkohol zu der der Schwefelsäure auf Alkohol und Wasser steht. Es wurde ein Gefäſs aus Wedgewood, das 1 ½ Z. im Durchmesser hatte, und 200 Gr. Wasser enthielt, über Schwefelsäure in einem cylindrischen Gefäſse eingeschlossen. Nach 12 Stunden wurde es geöffnet, und man fand, daſs das Wasser 11 Gran verloren habe.

Hierauf wurde die Säure umgerührt, und statt des Wassers 200 Gr. Alkohol ins Gefäſs gegeben, und die-

ses wieder wie vorhin verschlossen. Nach 12 Stunden fand man den Verlust an Alkohol gleich 60 Gr., und die Schwefelsäure erhielt einen Stich ins Rothe. Hierauf wurde die Schwefelsäure weggenommen, und statt derselben reines Wasser angewendet, die Alkoholmenge wieder auf 200 Gr. gebracht, und alles gut verschlossen. Nach zwölf Stunden betrug der Verlust an Alkohol 45 Gr., und das Wasser schmeckte stark nach Alkohol. Dunst von Schwefeläther wurde vom Alkohol sehr begierig aufgenommen, aber viel weniger vom Wasser. Alkoholdünste werden auch vom Castoröhl absorbirt, besonders wenn man vorläufig etwas Alkohol damit vermischt hat, doch geschieht dieses nur in einem geringen Grade. 200 Gr. dieses Öhles, die zehn Tage lang über Alkohol aufbewahrt wurden, gewannen an Gewicht 73 Gr. Quecksilberbichlorid zerfliefst mit Alkoholdunst, doch nur langsam mit festen Krystallen. 20 Gr. eines solchen nicht gepulverten Krystalls, die in einer Capsel über Alkohol sechs Tage lang aufgehängt blieben, nahmen um 9 Gr. zu, und ein Theil ward vom eingesaugten Alkohol aufgelöset. Auch in Alkohol gelöset, zeigt dieses Salz die absorbirende Kraft in einer Alkoholatmosphäre.

Es wäre interessant zu erfahren, ob Alkohol eben so Wasserdunst auflöset, wie das Wasser Alkoholdunst aufnimmt; aber es ist schwer diesen Punct ins Reine zu bringen, da die absorbirte Wassermenge sehr gering seyn mag. Doch kann man aus einem indirecten Versuche schliefsen, dafs der Alkohol keine solche absorbirende Kraft besitzt. Es wurde ein Glaubersalzkrystall über einer kleinen Portion sorgfältig bereiteten absoluten Alkohols mittelst eines Drahtes aufgehängt, und dieser an dem Korkpfropf des Gefäfses befestiget. In sechs Monaten zeigte er nicht die mindeste Veränderung. Be-

säſse der Alkohol die Kraft, Wasserdunst zu absorbiren und seine Atmosphäre auszutrocknen, so wäre der Krystall gewiſs in Staub zerfallen.

Besonders merkwürdig sind die Phänomene, welche eintreten, wenn Kampfer in einer geringen Entfernung von Alkohol angebracht wird. Es wurden mehrere kleine Stücke in einem Beutel in einem Glasgefäſse, das etwas Alkohol enthielt, aufgehängt; nach wenigen Stunden fing der Kampfer an zu zerflieſsen, und war in 24 Stunden ganz in Flüssigkeit verwandelt. Dasselbe erfolgte mit 40 Gr. Kampfer, die in einem kleinen Gefäſse über Alkohol in fünf Tagen ganz in 105 Gr. einer geistigen Kampferlösung verwandelt waren. Doch gerieth auch ein wenig Kampfer in den Alkohol, und ertheilte ihm seinen Geruch und Geschmack, doch war dieses Quantum so gering, daſs der Alkohol, als er mit Wasser gemischt wurde, nur wenig opalisirte. Die Temperatur der Atmosphäre stand bei diesen Versuchen über 55°.

Das kohlensäuerliche Ammoniak ist bekanntlich sehr flüchtig und im Wasser löslich. Wird es in einem eigenen Gefäſse neben einem anderen mit Wasser eingeschlossen, so geht es ins Wasser über. 30 Gr. trockenen kohlens. Ammoniaks wurden in Pulverform über einer bedeutenden Menge kalten Wassers in einem Glasgefäſse aufgehängt, und das Ganze eingeschlossen. Nach fünf Tagen enthält das Gefäſs statt der 30 Gr. Salz 12 Gr. einer Auflösung desselben, der gröſsere Theil des Salzes war aber ins Wasser übergegangen, und ihm seinen Geschmack und die übrigen Eigenschaften mitgetheilt. Das Verhalten dieses Salzes in einer mit Wasserdunst gesättigten Atmosphäre ist demnach von dem anderer Salze ganz verschieden, indem es statt Wasser anzuziehen oder unverändert zu bleiben, selbst von demselben angezogen und aufgelöset wird.

F. Optik.

1. Besondere Anomalie des Sehens. Von *Godmann.*

(Bibl. univ. Avril 1828, p. 319.)

In der angezeigten Quelle ist eine äuſserst seltene Anomalie des Sehens aus der *Nouvelle Bibliothéque Médicale* enthalten, die in Folgendem besteht: Ein Vater gab seinem siebenjährigen Sohne Unterricht im Zeichnen, und war erstaunt zu sehen, daſs dieser alle Gegenstände, welche er darstellen wollte, verkehrt zeichnete. Sollte er eine Kerze sammt ihrem Leuchter zeichnen, so kehrte er immer dessen Basis gegen aufwärts, und die Flamme abwärts; bildete er einen Tisch oder einen Stuhl ab, so standen die Füſse desselben in die Höhe. Der Vater, verdrieſslich wegen diesem Eigensinne seines Sohnes, drohte und bestrafte ihn. Als der Knabe über diesen Gegenstand gefragt wurde, betheuerte er, die Objecte so zu zeichnen, wie er dieselben sehe. So oft man ihm einen Gegenstand verkehrt zum Abzeichnen vorlegte, bildete er ihn in seiner natürlichen Lage ab, und bewies dadurch, daſs die Empfindung, die er durch das Auge erlangte, vollkommen mit der Umkehrung des Bildes auf der Netzhaut übereinstimme. Dieser Zustand des Sehens dauerte, bis er acht Jahre erlangt hatte; nach dieser Zeit sah er die Gegenstände in ihrer natürlichen Lage.

Wiewohl dieser Fall sehr sonderbar ist, so findet er doch seines Gleichen. Ein ausgezeichneter Advocat sah einige Zeit lang alle Objecte verkehrt, die Häuser schienen ihm auf ihren Dächern zu ruhen, und die Menschen auf den Köpfen zu gehen. Selbst Dr. *Wollaston* zog sich durch geistige und körperliche Anstrengungen

das Übel zu, dafs er nur immer die Hälfte von den Gegenständen sah, die er bemerkte, auch die Namen, welche er las, erschienen ihm so. *Crawford* erzählt die Geschichte einer Frau, die an der *linken* Seite vom Schlage berührt war, und die von dieser Zeit an nur die *rechte* Hälfte der Objecte sah, wiewohl sie den Gebrauch der gelähmten Seite wieder erlangte.

2. Mikroskopische Linsen von Saphir.

(Quarterly Journ. N. IV. p. 459.)

Bekanntlich hat man im verflossenen Jahre in England angefangen, mikroskopische Linsen aus Diamant zu schleifen, und ihnen eine besondere Wirkung zugeschrieben, weil sie wegen des grofsen Brechungsvermögens des Diamantes bei einem kleinen Farbenzerstreuungsvermögen selbst mit einer mäfsigen Krümmung schon eine sehr kurze Brennweite und eine geringe, sowohl sphärische als chromatische Abweichung, mithin ein grofses und deutliches Bild geben. Nun wurden auch Linsen aus Saphir vorgeschlagen, und *Pritchard* soll schon einige der Art verfertiget haben. Da nach *Brewster's* Versuchen der Saphir ein gröfseres Brechungsvermögen hat als irgend eine andere Substanz mit einfacher Brechung (der Saphir selbst hat doppelte Brechung, *B.*), den Diamant ausgenommen, während dessen Farbenzerstreuung nur 0.026 beträgt, die des Wassers = 0.035. Wird ein Saphir aus derselben Schale geschliffen wie eine Glaslinse von $^1/_{60}$ Z. Brennweite, so erhält man eine Linse, deren Brennweite $^1/_{100}$ Z. beträgt, es ist demnach die lineare Vergröfserung derselben beinahe doppelt so grofs als die einer eben so convexen Glaslinse. Die blaue Farbe des Saphir erkennt man in dünnen Linsen kaum.

3. Dauer des Eindruckes verschiedener Lichtstrahlen im Auge.

(Ebendaselbst, p. 457.)

Die Dauer des Eindruckes verschiedener Lichtstrahlen im Auge wird nach *Plateau* von *Liege* durch folgende Zahlen bestimmt:

Flamme	. . . . .	0.242	Secunden.
Glühende Kohle	. .	0.229	»
Weiſse Strahlen	. .	0.182	»
Blaue »	. .	0.186	»
Gelbe »	. .	0.173	»
Rothe »	. .	0.184	»

4. *B. Prevost* Ansicht über die Weiſse, nebst Bemerkungen von den Herausgebern der *Annales de Chimie etc.*

(Annal. de Chim. Tome 37, p. 105.)

Folgende Ansicht des berühmten *Benedict Prevost* über die weiſse Farbe hat *Peter Prevost* aus den Manuscripten des erstern ausgezogen: Die weiſse Farbe ist nur eine relative Empfindung, und diejenige, welche das vorherrschende Licht entstehen macht. Die Gründe für diese Behauptung sind:

1. Dasselbe Object kann in demselben Lichte weiſs, blau oder gelb erscheinen, je nachdem die Beleuchtung beschaffen ist. Sowohl das Tageslicht als das einer Kerze erscheint weiſs, wenn jedes derselben für sich erscheint. Neben einander erscheint das Tageslicht blau, das Kerzenlicht gelb, und ein Object zeigt sich weiſs, es mag von dem einen oder dem anderen, oder von beiden zugleich beleuchtet seyn.

2. Eine Kerzenflamme von so blendender Weiſse, daſs sie allein die dichteste Finsterniſs zu zerstreuen im

Stande ist, erscheint im vollen Tageslichte nur als ein dunkler rauchgelber Fleck.

3. Ein Johanneswürmchen erscheint Nachts, von einer geringen Entfernung angesehen, glänzend weiſs. Sein Licht überwiegt da dasjenige, welches andere Objecte ins Auge senden; wird aber dieses vom Lichte der Umgebung übertroffen, so erscheint die phosphorescirende Stelle des Insectes grünlichblau.

Reflectirt ein weiſser Körper des Nachts Mondlicht, so erscheint er weiſs wie bei Tage. Wird dieser Körper vom Kerzenlicht beleuchtet, jedoch so, daſs ein dazwischen befindliches Hinderniſs dieses Licht hindert, auf einige Theile jenes Körpers zu fallen, die dafür vom Mondlicht beleuchtet werden, so erscheint letzterer Theil sehr hell grünlichblau.

Afficiren einen mehrere Lichter auf ein Mal, so erzeugt das schwächere die Empfindung der schwarzen Farbe; der Schatten, als Gegensatz der Sonnenhelle, gibt einen Beleg dazu ab. Alle sehr dunklen Farben erscheinen bei schwacher Beleuchtung schwarz, selbst das Scharlachroth.

Aber nicht allein das Weiſs soll eine bloſs relative Farbe seyn. Wir haben im Vorhergehenden gesehen, daſs der Schatten, der auf einem weiſsen Körper entsteht, welcher zugleich vom schwachen Tageslichte und einer Kerze beleuchtet wird, gelb oder blau erscheint, je nachdem dieser Schatten vom Kerzen- oder Tageslichte erhellt wird. Aber derselbe weiſse Körper kann, ohne vom Tageslichte getroffen zu werden, durch zwei andere Lichtarten, nämlich durch ein Kerzenlicht und durch das Licht eines anderen brennenden Körpers beleuchtet werden. In diesem Falle wird der Schatten, welcher, durch Abhaltung des zweiten Lichtes gebildet und von der Kerzenflamme allein beleuchtet

wird, blau, während der andere gelb sich darstellt, so daſs dasselbe Licht im Vergleich mit dem Tageslicht gelb, für sich allein weiſs, und mit einem anderen verglichen, blau zu seyn scheint.

Über dieses bemerken die Herausgeber der *Annales de Chimie etc.* folgendes:

Im dritten Bande der *Annales de Chimie* vom Jahre 1789 befindet sich ein Mémoire von *Monge*, das sich auf denselben Gegenstand bezieht, mit dem sich hier *Prevost* beschäftiget. Nach *Monge* hat an dem Urtheile über die Farben der Körper der Geist einen gewissen Antheil, indem es nicht durch die Natur der Lichtstrahlen allein, die ein Körper reflectirt, bestimmt wird; denn der Eindruck, den derselbe Strahl macht, erzeugt nach Verschiedenheit der Umstände bald die Empfindung der rothen, bald die der weiſsen Farbe. Der Versuch, der ihn auf diese Ansicht brachte, ist folgender: Wenn man eine Reihe von verschiedenen farbigen Gegenständen durch ein rothes Glas ansieht, das nur eine einzige Strahlengattung durchläſst, so erscheinen die weiſsen und rothen Körper von derselben Farbe; aber diese Farbe ist nicht die rothe, wie man natürlicher Weise voraussetzen zu können glauben sollte, alle diese Körper erscheinen weiſs. Diese Täuschung ist desto auffallender, je stärker die Gegenstände, welche man durch das gefärbte Glas ansieht, beleuchtet sind, je gröſser ihre Anzahl ist, und je mehrere sich darunter befinden, von denen man weiſs, daſs sie ihrer Natur nach weiſs erscheinen. Von diesem Phänomen gibt *Monge* folgende Erklärung: Faſst man die Gegenstände ins Auge, die uns umgeben, so bekommt man von ihrer Oberfläche nicht bloſs Strahlen von der Farbe, wie sie uns erscheinen, sondern auch Strahlen von weiſsem Lichte. Diese letzteren bestimmen unser Urtheil über die Vertiefungen und Her-

vorragungen, und überhaupt über den Grad der Schiefe einiger Stellen der Oberfläche der Körper; sie bilden die Puncte der stärksten Beleuchtung und die Lichtlinien, welche die Mahler durch einen weiſsen Tupf oder eine weiſse Linie bezeichnen. Sieht man einfärbige Körper durch ein rothes Glas an, so gelangt nur der rothe Antheil des weiſsen Lichtes, welches ihre Oberfläche reflectirt, ins Auge. Es sind demnach diese Strahlen die einzigen, die durch ihre groſse Intensität unser Urtheil über die Schiefe verschiedener Stellen der Oberfläche bestimmen. Sie leisten also hier dieselben Dienste, die wir gewohnt sind vom weiſsen Lichte zu empfangen, und da dieses von allen Objecten, die wir übersehen, auf eine gleichförmige Weise geschieht, so werden wir, so zu sagen, von der Menge der Zeugen überwältiget und genöthiget, diese Strahlen als weiſses Licht anzuerkennen; eine natürliche unausweichliche Folge dessen ist es, daſs alle anderen rothen Strahlen, von derselben Natur wie die vorhergehenden, als weiſses Licht angenommen werden müssen, und wir schlieſsen, daſs sowohl die von Natur weiſsen als auch die von Natur rothen Körper, deren Bilder zugleich auf der Netzhaut von rothen Strahlen gebildet werden, weiſs seyen.

Monge findet in dem Umstande eine Bestätigung seiner Theorie, daſs die hier besprochene Täuschung weder dann eintritt, wenn die Anzahl der Objecte, die man durch das gefärbte Glas übersieht, nur gering ist, oder dann, wenn dieses Glas am Ende eines Rohres angebracht wird, noch wenn die Gegenstände schwach beleuchtet sind. Man sieht dann, sagt er, die Körper roth, weil sich darunter keiner befindet, auf dessen Form sich unser Urtheil erstrecken soll, und wir daher auch keinen Grund haben, die rothen Strahlen für weiſse zu halten. Wir urtheilen in diesem Falle nur über die

Natur der Strahlen im Auge, indem wir den Eindruck, den sie im Auge hervorbringen, mit demjenigen vergleichen, den wir einen Augenblick zuvor mit freiem Auge erlangten.

Die Herausgeber des genannten Journals sagen, daſs sie diese Erklärung nur darum anführen, weil zwischen dem von *Prevost* und dem von *Monge* betrachteten Phänomene eine groſse Ähnlichkeit Statt findet; sie glauben, daſs man dieser Ansicht unüberwindliche Schwierigkeiten entgegenstellen könnte. Dieser Ähnlichkeit wegen wird auch noch ein Versuch von *Meusnier* angeführt, der auch in *Monge's* Mémoire vorkommt, und in folgendem besteht: Wenn das Sonnenlicht durch ein 2 — 3 Linien weites Loch in ein Zimmer kommt, das sich in einem Vorhang von rothem Taffet befindet, so ist das Bild, welches dieses Licht auf einem entgegengehaltenen Blatt weiſsen Papiers macht, nicht weiſs, wiewohl weiſse Strahlen allein dasselbe bilden, sondern schön grün; befindet sich aber das Loch in einem grünen Vorhang statt in einem rothen, so ist das Bild roth.